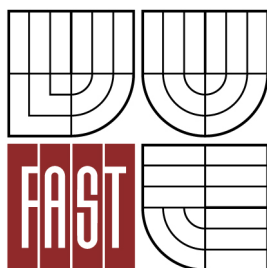


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY



FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

SIMULACE PORUŠENÍ BETONU POMOCÍ NELOKÁLNÍHO MODELU

SIMULATION OF CONCRETE FRACTURE USING NONLOCAL MODEL

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JOSEF KVĚTOŇ

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. JAN ELIÁŠ, Ph.D

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. Josef Květoň
Název	Simulace porušení betonu pomocí nelokálního modelu
Vedoucí diplomové práce	Ing. Jan Eliáš, Ph.D.
Datum zadání diplomové práce	31. 3. 2014
Datum odevzdání diplomové práce	16. 1. 2015
V Brně dne 31. 3. 2014	

.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

Jirásek, M. a Zeman. J. Přetváření a porušování materiálů, ĚVUT, 2010.

Bažant, Z.P. a Planas, J. Fracture and size effect in concrete and other Quasibrittle materials, CRC press, 1998.

Jirásek, M. Nonlocal models for damage and fracture: comparison of approaches, Int. J. of Solids and Structures, 1998.

Jirásek, M. a Bauer, M. Numerical aspects of the crack band approach, Computers & Structures, 2012.

Hoover, Ch., Bažant, Z.P. Comprehensive concrete fracture tests: Size effects of Types 1 & 2, crack length effect and postpeak, Engineering Fracture Mechanics, 2013.

Zásady pro vypracování

Student nejprve identifikuje materiálové parametry konečněprvkového modelu s nelokálním omezovačem lokalizace podle experimentálních dat. K identifikaci nelokální průměrovací funkce použije výsledky diskrétního modelu, získané dříve. Poté student provede simulace celé experimentální sady a výsledky porovná s experimenty a s výsledky diskrétního modelu.

Předepsané přílohy

Licenční smlouva o zveřejňování vysokoškolských kvalifikačních prací

.....

Ing. Jan Eliáš, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce

Abstrakt

Práce se zabývá numerickými simulacemi trámů v třibodovém ohybu pomocí nelokálního modelu. Model je použit k simulaci sady zatěžovaných trámů lišících se velikostí a hloubkou zářezu. Záměrem je identifikovat pro model takové parametry, které by zajistily shodnou odezvu v porovnání s experimentální sadou zkoušek provedených na Northwestern University. Parametry materiálu a váhové funkce jsou stanoveny také na základě intenzity energie uvolňované v tělese získané z předchozích výpočtů diskretním modelem. Odezva vypočtená pomocí nelokálního modelu je porovnána s výsledky experimentů.

Klíčová slova

porušení betonu; porovnání s experimenty; nelokální model; váhová funkce; identifikace.

Abstract

The thesis deals with nonlocal model simulations of the three-point-bending test series. The model is applied to set of beams of variable size and notch depth. The intention is to identify such parameters that would provide the response of the nonlocal model similar to experimental data from the comprehensive fracture tests performed at the Northwestern University. Size and shape of the process zone are estimated from the discrete model results and according to that the parameters of weight function and material for the nonlocal model are identified. Results obtained with the model are compared to the experimental data.

Key words

concrete fracture; experimental data; nonlocal model; weight function; identification.

Bibliografická citace

KVĚTOŇ, Josef. *Simulace porušení betonu pomocí nelokálního modelu*. Brno, 2015. 50 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Jan Eliáš, Ph.D.

Ústav stavební mechaniky
Fakulta stavební
Vysoké učení technické v Brně
Česká Republika

Typeset by L^AT_EX 2_ε

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně, pod vedením Ing. Jana Eliáše, Ph.D., a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně, dne

.....

Josef Květoň

Poděkování

Nejdříve zde chci poděkovat svému vedoucímu Ing. Janu Eliášovi, Ph.D. Moje poděkování mu patří nejen za jeho odborné vedení v průběhu vypracování této diplomové práce, ale také za jeho vstřícný postoj k mé osobě. Vždy když jsem si s něčím nevěděl rady tak mi dokázal pomoci, a když třeba sám nevěděl, tak mi radu zprostředkoval od někoho jiného. I když byl často sám zaneprázdněn povinnostmi odbornými či rodinnými, nikdy se nestalo, že by mě odmítl nebo na mě neměl čas. Také bych mu rád poděkoval za zprostředkování účasti na odborných akcích jako byly konference Engineering Mechanics ve Svatce a kurz Modeling of Localized Inelastic Deformation na ČVUT.

Dále chci poděkovat všem vyučujícím nejen z ústavu stavební mechaniky, díky nimž všem jsem se dostal až k této závěrečné práci.

V neposlední řadě chci poděkovat také svojí rodině, která mě po celou dobu studia podporovala a na této závěrečné práci má tak nemalý podíl.

Diplomová práce byla vytvořena s finanční podporou projektu FAST-S-14-2343.

OBSAH

1	Úvod	1
1.1	Předmluva	1
1.2	Současný stav problematiky	1
1.3	Stručný obsah práce	4
2	Cíle práce	5
3	Teorie	7
3.1	Tříbodový ohyb	7
3.2	Spojité nelokální formulace	8
3.2.1	Model porušení	8
3.2.2	Lokalizace	9
3.2.3	Nelokání model	9
3.3	Diskrétní formulace	13
3.4	Aproximace minima	13
4	Popis modelu a vstupních dat	15
4.1	Experimentální data	15
4.2	Údaje z diskrétní analýzy	16
4.3	Geometrie a materiálové charakteristiky	17
4.4	Struktura výpočtu	18
4.4.1	Oofem	18
4.4.2	Preprocessing	19
4.4.3	Postprocessing	20
5	Identifikace parametrů	23
5.1	Hledání optimálních vstupních parametrů	23
5.2	Rozbor získaných parametrů	26
6	Výsledky simulací	31
7	Shrnutí	41
7.1	Závěr	42
	Literatura	43

1 ÚVOD

1.1 Předmluva

Porušení betonu je dnes modelováno různými způsoby. Hojně používané jsou modely spojité, kde je materiál chápán jako kontinuum. Další skupinou jsou modely diskrétní, u nichž je materiál reprezentován soustavou propojených diskrétních prvků. Práce se zabývá spojitým modelem, který omezuje lokalizaci pomocí nelokálního výpočtu poměrných přetvoření. Nepříznivým dopadům lokalizace na výpočet a přístupům vedoucím k jejímu omezení jsem se podrobně zabýval již v bakalářské práci a získaných znalostí jsem využil i při zpracování této práce.

Na Northwestern University tým prof. Bažanta vytvořil a odzkoušel rozsáhlou sadu experimentálních těles (Hoover et al., 2013). Tělesa byla vytvořena pro různé typy zatěžovacích zkoušek a v relativně velkém rozsahu rozměrů. Nejmenší tělesa nebyla větší než 10 cm, rozměry největších přesahují 1 m. Jen pro trámec v třibodovém ohybu bylo zhotoveno 128 těles 18 různých rozměrů, minimálně 6 těles od každé geometrie. Sada byla vytvořena z jedné betonové záměsi a zkoušena po stejné době zrání. Data zkoušek jsou předmětem mnoha studií zabývajících se porušením betonu.

Předkládaná práce si klade za úkol nalezení vhodných parametrů pro spojitý nelokální model, který by pak byl schopen spolehlivě predikovat chování betonu v průběhu jeho porušení. Důležitou roli v nastavení nelokálního modelu hraje váhová funkce, respektive její dosah. Ten úzce souvisí s velikostí procesní zóny. Proto jsou pro identifikaci parametrů mimo data ze zmíněných experimentů použity také informace o intenzitě uvolňované energie získané z výsledků diskrétní analýzy (Eliáš et al., 2014).

1.2 Současný stav problematiky

Materiálové inženýrství je odvětví, které se rozvíjí zhruba od poloviny 20. století. Obory zabývající se chováním materiálů v průběhu jeho porušování se zprvu zaměřovaly spíše na homogenní materiály typu ocel, popř. sklo. Vyhodnocení jejich chování se dnes věnují široká odvětví nejen lomové mechaniky.

V poslední době je čím dál častěji požadován detailní a spolehlivý popis chování také u heterogenních materiálů. Typickým zástupcem této skupiny je beton, v jehož struktuře se mimo relativně homogenní cementovou matici objevují také zrna kameniva, jejichž tvar, velikost, množství nebo rozmístění jsou pro výsledné vlastnosti materiálu určující.

Na mnoha univerzitách a vědeckých pracovištích se týmy odborníků pokoušejí nalézt co možná nejlepší popis chování betonu v průběhu šíření trhliny. Probíhají rozličné zkoušky a na jejich základě se konstruuji matematické modely (Bažant, Planas, 1998; van Mier, 2013). O problematice experimentálních zkoušek bylo sepsáno mnoho vědeckých publikací.

Aby data z experimentů byla použitelná, musí splňovat hodně kritérií. Kdybychom provedli jednu zkoušku a na jejím základě definovali vlastnosti zkoušeného betonu, výsledky mohou být ovlivněny materiálovou náhodností. I v praxi se z betonu určeného pro konstrukce musí připravit hned několik zkušebních těles, aby se zamezilo možnosti, že jedno těleso bude mít vynikající vlastnosti, které ale zdaleka nebudou odpovídat vlastnostem zbytku záměsi.

Porušení betonu se dá popsat jako nevratná deformace. Pro popis chování kvazikřehkých materiálů se používá konstitutivní zákon se sestupnou větví a to jak pro přístupy spojitě, tak diskrétně.

U spojitých modelů dochází k lokalizaci nepružných deformací, což způsobuje závislost výsledků na síti. S tímto jevem se různé přístupy vypořádávají různými způsoby.

Model pásu trhlin (Crack-band model) (Bažant, Oh, 1983) upravuje sestupnou větev konstitutivního zákona v závislosti na velikosti elementu, k čemuž používá lomovou energii definovanou jako materiálovou konstantu.

Nelokální formulace (Bažant, Lin, 1988) neupravuje konstitutivní zákon, ale počítá hodnotu v integračním bodě v závislosti na hodnotách v okolních integračních bodech.

Gradientní modely (Jirásek, Rolshoven, 2009) používají k vyhodnocení lokální proměnné její závislost na spádu (derivaci) pole poměrných přetvoření. Derivace je určena okolními hodnotami, tedy i proměnná na ní závislá je těmito hodnotami ovlivněna. Tento přístup se dále dělí na formulaci *explicitní* a *implicitní*, podle toho, zda jsou derivace použity na hodnoty lokální nebo nelokální.

Mimo tyto čistě spojitě přístupy, kde je případná trhlina *rozmazaná (smeared)*, jsou používány také modely umožňující vložit do kontinua nespojitost (discontinuity).

Jedním z nich je *Embedded crack model*, což by se dalo do češtiny přeložit jako *model s vloženou trhlinou* (Oliver, 1996). Případná nespojitost je zde reprezentována jednotkovým skokem v bázevé funkci vytvořeným součtem bázevých s Heavisideovou funkcí.

Další z přístupů dovolujících nespojitost je nazván *Extended finite elements (Rozšířené konečné prvky)*. Tento přístup je založen na metodě PUM – *Partition of unity (rozdělení jednoty)* (Melenk, Babuška, 1996). Případná trhlina je zde reprezentována dvěma oddělenými prvky, které se ve fázi iniciace trhliny překrývají. Bázevé

funkce prvků jsou pak v místě trhliny pomocí Heavisideovy funkce ořezány.

Formulace založené na metodě diskretních prvků (DEM) chápou materiál jako soustavu samostatných prvků, které jsou navzájem propojeny diskretními vazbami (Cusatis et al., 2003; Cusatis, Cedolin, 2007), jejichž rozmístění je náhodné. Závislost výsledků na velikosti jednotlivých prvků se zde také objevuje, struktura modelu ale napodobuje reálnou strukturu modelovaného materiálu (v našem případě betonu) a jsou-li prvky reprezentující jednotlivé součásti betonové směsi (kamenivo, cementová matrice) nastaveny tak že odpovídají betonu použitému do konstrukce (frakce, popř. množství kameniva), i závislost na velikosti jednotlivých prvků pak odpovídá závislosti vlastností betonu na použitých složkách materiálu.

1.3 Stručný obsah práce

- V **1. kapitole** jsou úvodní poznámky, stručné představení a náčrt současného stavu problematiky.
- V **kapitole 2** jsou uvedeny cíle, kterých chceme v práci dosáhnout.
- **3. kapitola** se zabývá teoretickými znalostmi nezbytnými pro porozumění řešené problematiky. Je rozdělena na čtyři části.
 - První část se zabývá zkouškou trámce v třibodovém ohybu a problémem měření veličin v průběhu zatěžování.
 - V druhé části je přiblížen isotropní model porušení a jev zvaný lokalizace. Je zde představen jeden z přístupů vedoucích k omezení tohoto nežádoucího jevu, přístup využívající nelokální váhovou funkci.
 - V další části je okrajově uveden diskrétní přístup k modelování kvazikřehkých materiálů.
 - V poslední části první kapitoly je vysvětlen způsob hledání minima pomocí simplexové metody.
- **4. kapitola** obsahuje informace o datech získaných z experimentů a diskrétních simulací, strukturu výpočtu včetně použitých programů a v neposlední řadě informace o geometrii těles, sítě konečných prvků a vlastnostech materiálového modelu.
- **Kapitola 5** se zabývá procesem identifikace parametrů pro nelokální model.
- V **6. kapitole** je nelokální model aplikován na sadu modelovaných geometrií odpovídajících zkoušeným vzorkům za použití identifikovaných parametrů. Výsledky modelu jsou s odezvou reálných experimentů porovnány.
- **Kapitola 7** obsahuje závěr a zhodnocení výsledků.

2 CÍLE PRÁCE

- Prvním cílem je vytvořit v programu Oofem model trámce v tříbodovém ohybu. Model by měl odpovídat konfiguraci zkoušek provedených na Northwestern University. Dále by měl splňovat požadavky na detailní popis pole napětí a posuvů v oblasti šířící se trhliny a zároveň požadavky na výpočtovou náročnost související s omezenou výpočetní kapacitou.
- Dalším cílem je pomocí poskytnutých dat z experimentů a diskrétních simulací identifikovat materiálové parametry pro nelokální model.
- Posledním cílem je ověřit použitelnost nelokálního přístupu na modelování skutečných experimentů, a to jak trámců s různou hloubkou zářezu, tak trámců bez zářezu.

3 TEORIE

3.1 Třibodový ohyb

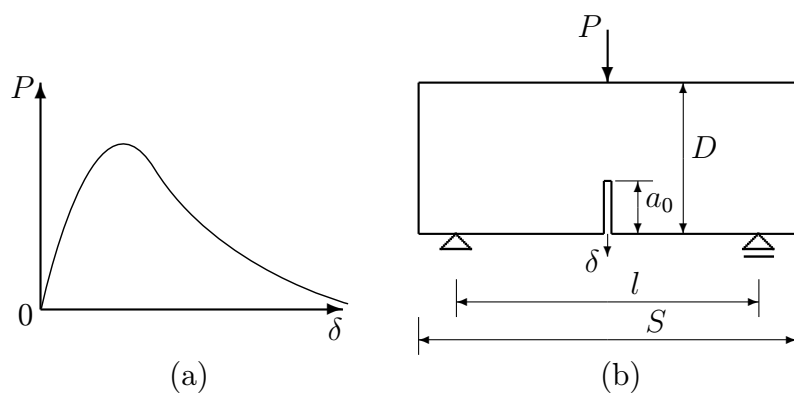
V praxi se pro zachování mechanických vlastností materiálů dodržují přísné pracovní postupy. I přesto je vždy třeba ověřit, zda bylo požadovaných vlastností dosaženo. Děje se tak pomocí rozličných zkoušek, lišících se například geometrií těles nebo způsobem zatěžování. Důležité je, pro jaký materiál je která zkouška určena. Mimoto je experiment často použit k porovnání vlastností různých materiálů.

Jedním z nejpoužívanějších způsobů ověření vlastností betonu je zkouška trámce v třibodovém ohybu (TPB), která ověřuje vlastnosti materiálu v modu I otevírání trhliny (Karihaloo, Nallathambi, 1991).

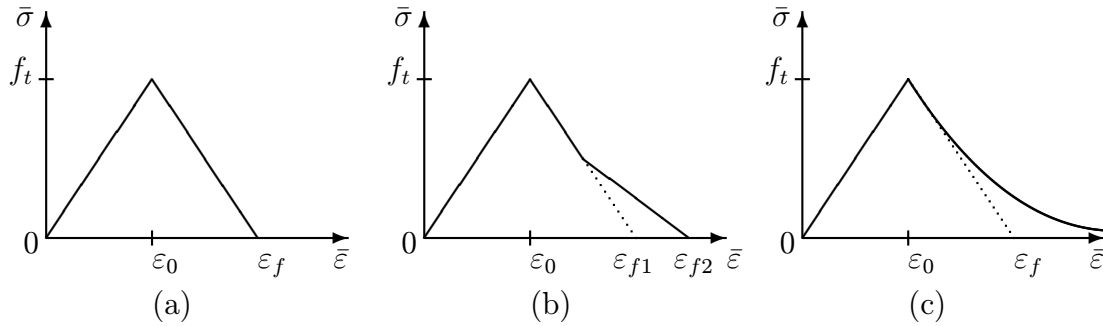
Obr. 3.1(b) znázorňuje konfiguraci zkoušky. Zkouška se provádí na tělesech jak se zářezem, tak bez zářezu. Relativní hloubka zářezu se značí hodnotou α_0 , pro kterou platí $\alpha_0 = a_0/D$, kde a_0 je absolutní hloubka zářezu a D je výška zkoušeného trámce. Dalšími rozměry jsou vzdálenost podpor l , délka S a tloušťka trámce.

Zkouška je hojně používána zejména pro svoji jednoduchost, i ta je však relativní. Jeden z problémů přináší způsob zatěžování. Na obrázku 3.1(a) je typický průběh zatěžovacího diagramu TPB. Na vodorovné ose je průhyb δ uprostřed rozpětí, na svislé hodnota zatížení. Po dosažení maximální únosnosti dochází k poklesu přenášené síly P za rostoucí deformace δ . Je tedy zřejmé, že, budeme-li zatěžovat přírůstkem síly, po dosažení únosnosti dojde ke kritickému kolapsu a nezískáme tak žádné informace o dalším průběhu diagramu. Další možnost je zatěžování přírůstkem deformace¹. Může ale nastat situace, kdy bude po dosažení vrcholu s klesající silou klesat i deformace, tento jev se nazývá *snap-back*.

¹direct displacement control



Obr. 3.1: (a) typický průběh zatěžovacího diagramu pro TPB, (b) konfigurace tělesa se zářezem pro TPB.



Obr. 3.2: Konstitutivní zákon typický pro kvazikřehké materiály se změkčením (a) lineárním, (b) bilineárním a (c) exponenciálním. Na vodorovné ose je ekvivalentní poměrné přetvoření, na svislé pak ekvivalentní napětí.

Bylo by tedy vhodné kontrolovat veličinu, která bude v průběhu zatěžování konstantně narůstat. Takovou je otevření trhliny, používá se hodnota označovaná jako CMOD ², pro kterou se zjišťuje nárůst vzdálenosti okrajů trhliny na spodním líci trámce (záleží na konfiguraci zkoušky). Otevření trhliny na líci jsme ale schopni měřit jen pro určité geometrie, zejména pro ty s hlubokou počáteční trhlinou. Pro trámce bez zářezu nebo s mělkým zářezem většinou nemůžeme s jistotou předem říci, kde se bude trhlina iniciovat, a proto se pro měření používají body ve větší vzdálenosti od středu rozpětí, kde předpokládáme vznik trhliny.

3.2 Spojitá nelokální formulace

Velmi rozšířeným přístupem k modelování konstrukcí je v současnosti použití procesorů založených na metodě konečných prvků. Na trhu je dostatek programů poskytujících uživatelsky příznivé prostředí, některé z nich nekladou téměř žádné nároky na uživatelskou znalost matematické problematiky výpočtového jádra.

V metodě konečných prvků je materiál chápán jako spojitá oblast a pole napětí a deformací je aproximováno s pomocí báзовých funkcí přes jednotlivé prvky, na které je modelovaná konstrukce rozdělena. Pro popis chování materiálu jsou použity rozličné modely (konstitutivní zákony), lišící se zejména podle toho, pro jaký materiál je daný model určen.

3.2.1 Model porušení

U kvazikřehkých materiálů dochází po dosažení maximální únosnosti k poklesu napětí za rostoucího přetvoření, tzv. změkčení. Na obrázku 3.2 je konstitutivní zákon s různými druhy popisu sestupné větve (Jirásek, Zeman, 2006). V této práci je

²CMOD - *crack mouth opening displacement*

použito změkčení exponenciální. Isotropní model porušení, který je v práci použit, pracuje s hodnotou *poškození* ω , která určuje ztrátu integrity materiálu v daném bodě. Ta je pak vyjádřena vztahem

$$\mathbf{D}_s = (1 - \omega)\mathbf{D}, \quad (3.1)$$

kde \mathbf{D} je elastická matice tuhosti a \mathbf{D}_s je aktuální matice tuhosti. Hodnota *poškození* ω se pak nachází v rozmezí $\langle 0; 1 \rangle$, kde hodnoty 0 *poškození* dosahuje na počátku sestupné větve a značí neporušený prvek a $\omega = 1$ nabývá na (teoretickém³) konci sestupné větve a značí úplné porušení prvku. Jelikož je materiál chápán jako spojitá oblast, porušené prvky nejsou odstraňovány, pouze dochází k degradaci jejich vlastností a případná trhlinka je tzv. rozetřená. Obecně máme ve 3D přetvořené v bodě definované pomocí tensoru s 9 hodnotami. Konstitutivní zákon však často využívá pouze jedné hodnoty tzv. ekvivalentního poměrného přetvoření $\bar{\varepsilon}$. Jeho určení je možné více způsoby, v této práci je uvažována definice podle *Mazarse* (Mazars, Piaudier-Cabot, 1989)

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{I=1}^3 \langle \varepsilon_I \rangle^2}, \quad (3.2)$$

kde $\langle \dots \rangle$ značí kladnou část, ε_I jsou hlavní poměrná přetvoření. Stejně tak se pracuje i s tensorem napětí a jeho ekvivalentním obrazem.

3.2.2 Lokalizace

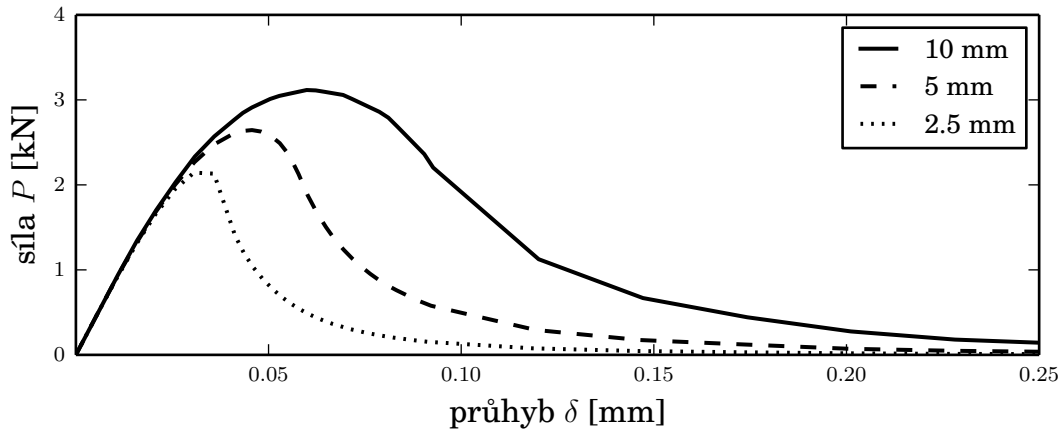
Dochází-li k nárustu přetvoření za poklesu napětí, pak se porušení nutně lokalizuje do jednoho pásu konečných prvků, v jehož okolí dochází k odtěžování. Použijeme-li pak jednoduchý model porušení, výsledky výpočtu budou závislé na diskretizaci konstrukce na jednotlivé konečné prvky. Vliv můžeme demonstrovat na výpočtu trámce v tříbodového ohybu se zářezem do 1/3 výšky děleného na elementy o velikosti 2.5, 5 a 10mm. Výsledky výpočtu jsou zobrazeny na obr. 3.3.

Abychom byli schopni modelovat reálné konstrukce, musí být vliv velikosti prvků odstraněn. To se děje pomocí různých přístupů, jež se často nazývají *omezovače lokalizace*. Jedním z nich je *nelokální model*.

3.2.3 Nelokální model

Tato práce se zabývá nelokálním modelem a jeho možnou aplikací na simulace reálných experimentů. Nelokální model, jak už z jeho pojmenování vyplývá, omezuje vliv lokalizace tím, že přepočítává hodnoty ekvivalentního poměrného přetvoření

³Pro některé druhy změkčení, např. exponenciální.



Obr. 3.3: Výsledky simulace zkoušky trámce v tříbodovém ohybu bez použití omezovače lokalizace pro různé hustoty dělení sítě.

v daném bodě, *lokální*, v závislosti na hodnotách v okolí bodu na hodnoty *nelokální*. K výpočtu používá tzv. *váhovou funkci* $\alpha'(s)$, která přiděluje každému bodu v okolí jeho *váhu*. Aby použití funkce dávalo smysl, musí být nejprve normalizována tak, aby platilo že součet všech jejích hodnot v započítávané oblasti (obecně ve 3D objemu) $\int_V \alpha(s) dV = 1$. To se děje podle vztahu

$$\alpha(s) = \frac{\alpha'(s)}{\int_V \alpha'(s) dV}. \quad (3.3)$$

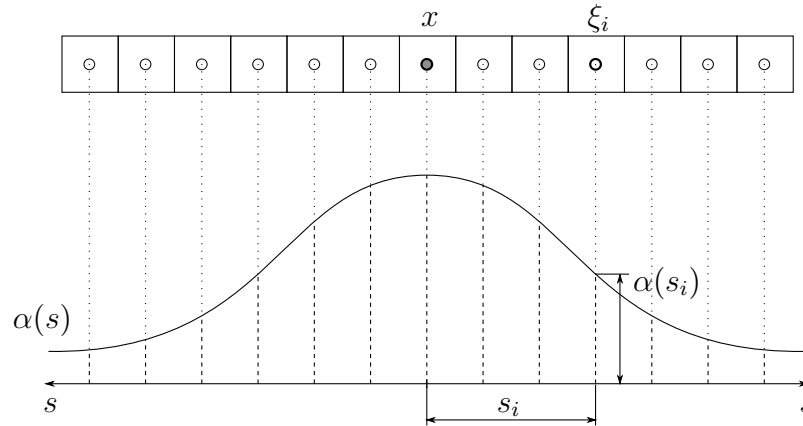
Hodnota nelokálního ekvivalentního poměrného přetvoření $\tilde{\varepsilon}$ se pak vypočte ze vztahu

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \sum_V \alpha(s_i) \bar{\varepsilon}(\boldsymbol{\xi}), \quad (3.4)$$

kde je kvůli diskretizaci místo integrálu použita sumace, s je pak vzdálenost mezi vyšetřovaným (\mathbf{x}) a započítávaným ($\boldsymbol{\xi}$) bodem $s = |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|$ viz obr. 3.4. Poškození je rozloženo do oblasti závislé na dosahu R *váhové funkce*, ten je zadáván jako materiálový parametr a je tudíž neměnný. Šířka pásu, kterým se šíří poškození je tedy konstantní bez ohledu na velikost prvku⁴.

Jako *váhovou* lze použít jakoukoli funkci, která s rostoucí vzdáleností klesá, případně neroste (lze použít i konstantní funkci). Pro hlavní výpočty v této práci

⁴V případě, že velikost prvku je větší než dosah *váhové funkce*, nemá její použití na velikost poškozené oblasti vliv.



Obr. 3.4: Přidělení vah okolním bodům pomocí normalizované váhové funkce.

byla použita zvonovitá funkce dle předpisu

$$\alpha'(s) = \left(1 - \frac{s^2}{R^2}\right)^2, \quad (3.5)$$

kde s je vzdálenost od vyšetřovaného bodu a R je parametr určující dosah váhové funkce.

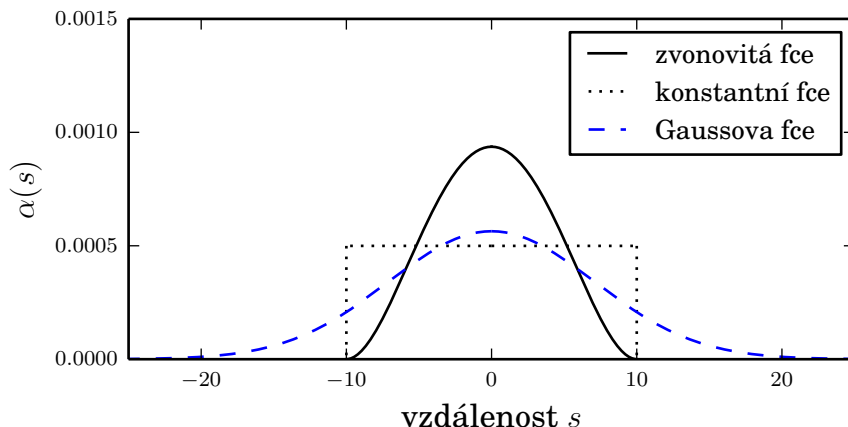
Předpisů, které vyhovují požadavkům váhové funkce, je ale nekonečně mnoho, jen v Oofemu je implementováno několik dalších možností. Pro srovnání jsou zde uvedeny dvě další. Porovnání jejich normalizovaných ekvivalentů je na obrázku 3.5. První, vycházející z Gaussova rozdělení, má nekonečný dosah, funkční hodnoty pro $s > 2.5R$ jsou však pro výpočet uvažovány nulové.

$$\alpha'(s) = \exp\left(-\frac{s^2}{R^2}\right). \quad (3.6)$$

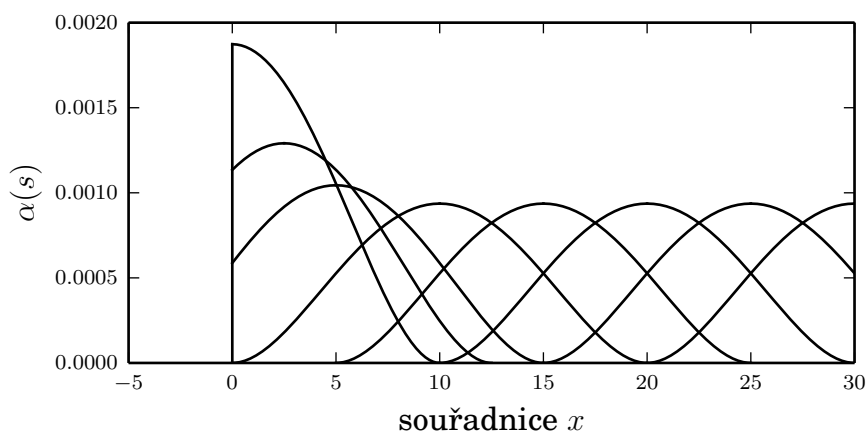
Další zvolená nelokální funkce přiděluje všem bodům v dosahu R stejnou hodnotu.

$$\alpha'(s) = \begin{cases} 1 & \text{pro } s \leq R \\ 0 & \text{pro } s > R \end{cases} \quad (3.7)$$

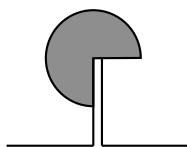
Normalizovaná váhová funkce se mění podle polohy vyšetřovaného bodu. Její hodnoty jsou dány počtem integračních bodů, které se v započítávané oblasti nacházejí. Tento počet se značně mění u okrajů modelu. Vztah 3.3 musí platit, tedy plocha, respektive součet hodnot pod křivkou váhové funkce, musí být vždy rovna 1. U okraje je ale funkce oříznuta a tak se podmínka stejné plochy promítne do zvýšení vah přidělovaných jednotlivým hodnotám v okolí. Na obr. 3.6 je tento jev znázorněn, hranice je uvažována v hodnotě $x = 0$. Jak se započítávané hodnoty určují, pokud je hranice oblasti nekonvexní, je naznačeno na obrázku 3.7. Body, které



Obr. 3.5: Použité normalizované váhové funkce $\alpha(s)$ pro hodnotu $R = 10$.



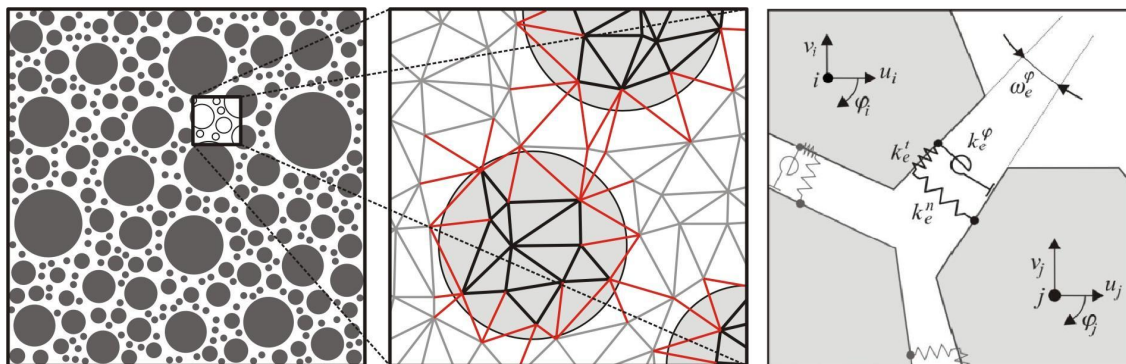
Obr. 3.6: Změna průběhu normalizované váhové funkce při okraji.



Obr. 3.7: Příklad započítávané oblasti v místě zářezu.

nejsou z vyhodnocovaného místa (středu kruhu) přímo „vidět“, nejsou započítány (Jirásek, 2014).

Existuje více způsobů nelokální formulace, liší se podle toho, pro jaké hodnoty se použije přepočítání z *lokálních* na *nelokální*. Může se přepočítávat např. parametr poškození, neelastické napětí atp. (Jirásek, 1998). Nejčastěji se ovšem používá formulace založená na nelokálních poměrných přetvořeních, tak jak je použita v této práci. Nelokální průměrování je použitelné nejen pro modely poškození, ale například i pro plasticitu.



Obr. 3.8: Struktura diskrétního modelu (Eliáš, 2009).

3.3 Diskrétní formulace

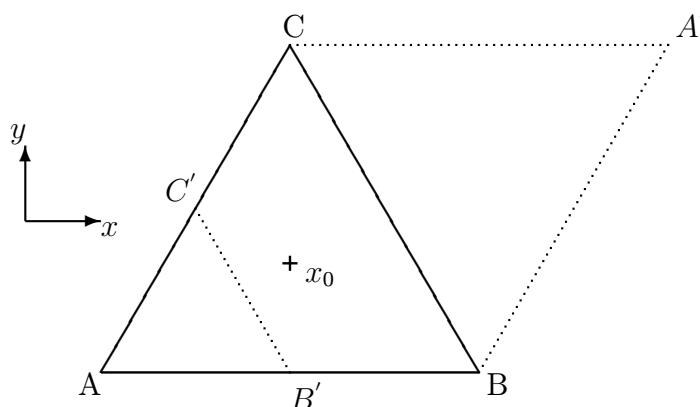
V diskrétním modelu (Eliáš et al., 2014) není materiál chápán spojitě. Materiál představují diskrétní propojené buňky, jejichž pozice může být náhodně generována počítačem, například Voroného tessellací. Tyto buňky si můžeme jednoduše představit jako kamenivo v betonu. Jsou navzájem propojeny vazbami, pro které jsou stanoveny obdobné konstitutivní vztahy jako v případě spojitého modelu. Jsou to vztahy zohledňující tlakové, tahové i smykové namáhání. Je-li vazba zcela porušena, tj. na konci sestupné větve pracovního diagramu, nepřenáší již žádné zatížení. Protože struktura modelu napodobuje reálnou strukturu modelovaného materiálu (v našem případě betonu), není třeba omezovat závislost odezvy modelu na takto vytvořené struktuře vazeb a prvků. Vzhledem k náhodnosti umístění jednotlivých prvků se odezvy simulací i přes stejné vstupní parametry mohou nepatrně lišit, proto je spočteno vždy více simulací stejného trámce.

V této práci jsou použity hodnoty získané na základě diskrétní simulace, nicméně problematika diskrétního modelu zde řešena není.

3.4 Aproximace minima

Jedním z cílů této práce je nalezení vhodných parametrů pro nelokální model. Hledáme parametry, pro které bude odezva modelu co možná nejlépe odpovídat odezvě získané z experimentálních dat (Hoover et al., 2013) a dat z diskrétní simulace (Eliáš et al., 2014).

Abychom takové parametry mohli nalézt, musíme nejprve určit způsob, jakým se budou odezvy porovnávat a co bude kritériem pro dosažení parametrů, v podstatě se jedná o optimalizační problém a cílová funkce by měla reflektovat vhodnost daných parametrů. Podrobně se cílovou funkcí a optimalizačním procesem zabývá část 5.1.



Obr. 3.9: Demonstrace postupu simplexové metody, reflexe a kontrakce (Čermák, Hlavička, 2008).

K vyhledání minima je použita funkce $fmin$ z balíku *scipy.optimize* programovacího jazyka *python*. Funkce apřibližuje minimum pomocí simplexové metody⁵ (Nelder et al., 1965).

Simplexová metoda patří mezi tzv. metody přímé, tzn. používá pouze funkční hodnoty, proto je vhodná také pro řešení problémů, kde nejsou známy derivace.

Název metody naznačuje, že je zde použit specifický geometrický prvek (simplex). Ten můžeme chápat jako element, který má minimální možný počet určujících bodů, tedy je určen $n + 1$ body, kdy n je počet proměnných dané funkce, pro 1D případ úsečka, 2D trojúhelník nebo pro 3D čtyřstěn.

Postup metody můžeme jednoduše demonstrovat na příkladě funkce 2 proměnných $f(x, y)$ (Čermák, Hlavička, 2008). V počátečním bodě x_0 sestrojíme rovnostranný⁶ trojúhelník $\triangle ABC$, pro který je počáteční bod těžištěm. Dále zjistíme, ve kterém z jeho vrcholů dosahuje $f(x, y)$ maximální hodnoty a pro tento vrchol sestrojíme jeho reflexi vzhledem ke zbývajícím vrcholům trojúhelníka $\triangle ABC$. Na obrázku 3.9 je maximální hodnota funkce v bodě A bod A' je jeho reflexí. Je-li $f(A') < f(A)$, pokračujeme obdobným postupem s trojúhelníkem $\triangle BA'C$. V opačném případě, je-li $f(A') > f(A)$, provedeme kontrakci: trojúhelník $\triangle ABC$ nahradíme trojúhelníkem $\triangle AB'C'$ a dále postupujeme obdobně jako u trojúhelníka $\triangle ABC$. Z předchozího je zřejmé, takto popsáním postupem můžeme uvíznout v lokálním minimu. Velkou výhodou je ale možnost použití řešení úloh, u kterých známe pouze funkční hodnoty, což je náš případ.

⁵Simplexová metoda – downhill simplex algorithm, v literatuře též známá pod pojmenováním podle autorů Nelder – Mead algorithm

⁶Rovnostranný trojúhelník uvažujeme v relativních souřadnicích.

4 POPIS MODELU A VSTUPNÍCH DAT

Jelikož vstupní hodnoty pro modelování těles v práci vychází z dat získaných z provedených experimentů a simulací diskretním modelem, v této kapitole jsou k doplnění popisu nelokálního konečněprvkostního modelu nejprve zmíněny nezbytné informace o experimentech a diskretních výpočtech.

4.1 Experimentální data

Jedním z cílů této práce je porovnání analýzy provedené pomocí nelokálního modelu s výsledky skutečných experimentů provedených na Northwestern University (Hoover et al., 2013; Hoover, Bažant, 2013, 2014).

V tabulce 4.1 jsou rozepsány geometrie podle absolutní velikosti a hloubek zářezu spolu s kódovým označením používaným pro snazší orientaci. Vedle označení je vždy i počet zhotovených těles, na kterých byly experimenty prováděny. Bylo tedy mimo jiné provedeno celkem 128 zkoušek trámce v tříbodovém ohybu. Největší tělesa měla délku 1.2 m a výšku 0.5 m, rozměry nejmenšího jsou pak vzhledem k největšímu v poměru 1 : 12.5, délka 96 mm a výška 40 mm. Tloušťka všech trámců byla 40 mm. Trámce byly zhotoveny z jedné záměsi a zkoušeny po stejné době zrání.

U některých konfigurací geometrie nebyla tělesa zhotovena zejména proto, že se jednalo o malé¹ hloubky zářezů, které by bylo značně obtížné zhotovit. V případě počítačové simulace nicméně není problém geometrii s tak mělkým zářezem vytvořit, a aby byla data kompletní, tak jsou i tyto trámce do studie zahrnuty.

Z provedených experimentů mi byla poskytnuta data o průběhu zatěžování ve vztahu zatěžovací síla vs. otevření trhliny. Tímto bych chtěl poděkovat týmu prof. Bažanta za veřejné poskytnutí dat z článků (Hoover et al., 2013; Hoover, Bažant, 2013) a také svému vedoucímu Ing. Janu Eliášovi, Ph.D za jejich zprostředkování.

Rozměry [mm] délka × výška (rozpětí)	relativní hloubka zářezu α_0				
	0.3	0.15	0.075	0.025	0
1200 × 500 (1088)	6 ks Aa	6 ks Ab	6 ks Ac	6 ks Ad	6 ks Ae
516 × 215 (467.84)	6 ks Ba	6 ks Bb	6 ks Bc	6 ks Bd	6 ks Be
223.2 × 93 (202.368)	8 ks Ca	8 ks Cb	8 ks Cc	0 ks Cd	8 ks Ce
96 × 40 (87.04)	8 ks Da	10 ks Db	11 ks Dc	0 ks Dd	7 ks De

Tab. 4.1: Tabulka rozměrů, počtů a označení modelovaných trámců

¹V absolutní velikosti, malé rozměry v řádu jednotek mm.



Obr. 4.1: Fotografie těles zkoušených na Northwestern university (Hoover et al., 2013).

4.2 Údaje z diskretní analýzy

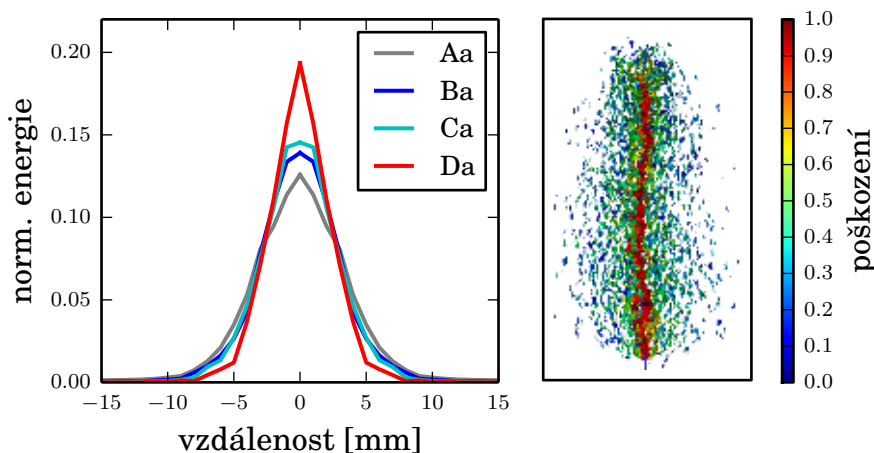
Pro identifikaci parametrů nelokálního modelu potřebujeme znát informace o velikosti a tvaru procesní zóny (Grassl, Jirásek, 2010). Z toho důvodu byla využita data spočtená pomocí diskretního modelu (Eliáš et al., 2014), a z nich získán průběh disipace energie v oblasti porušení. Zmíněný článek z roku 2014 se zabývá porovnáním výsledků simulací diskretním modelem se stejnou experimentální sadou (Hoover et al., 2013).

Jak můžeme vidět na obr. 4.2 vpravo, v diskretním modelu šíření trhliny neprobíhá nutně po přímce, ale trhlina se šíří v závislosti na nehomogenitě materiálu, bylo tedy nutné brát údaje o uvolněné energii po vrstvách, a každou vrstvu pak ve vodorovném směru posunout tak, aby se shodoval střed trhliny. Ten byl uvažován v těžišti energií uvolněných v dané vrstvě.

Popsaným způsobem byly získány histogramy uvolněné energie z všech² těles všech velikostí s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$ spočtených diskretní simulací. Všechny vzorky byly rozděleny na vrstvy o stejné absolutní velikosti tak, že výška ligamentu³ nejmenšího vzorku odpovídala výšce jedné vrstvy. Navíc je v diskretním modelu rozložení prvků a tím pádem i rozdělení uvolňované energie nesymetrické, proto byly hodnoty histogramu zleva a zprava v odpovídající si vzdálenosti zprůměrovány. Průběh disipace energie je na histogramech v obrázku 4.2 vlevo. Jelikož chceme výsledky porovnat, jsou údaje o energii normovány, aby součet všech hodnot dával hodnotu 1, na vodorovné ose je pak vzdálenost od středu trhliny

²Vzhledem k náhodnosti pozice diskretních prvků (kap. 3.3) je nutné započíst všechny diskretní simulace konkrétního tělesa.

³Výška vzorku po odečtení výšky zářezu.



Obr. 4.2: Nalevo jednotlivé histogramy uvolněné energie podle těles, ze kterých byly získány, napravo průběh trhliny získaný pomocí diskretní simulace.

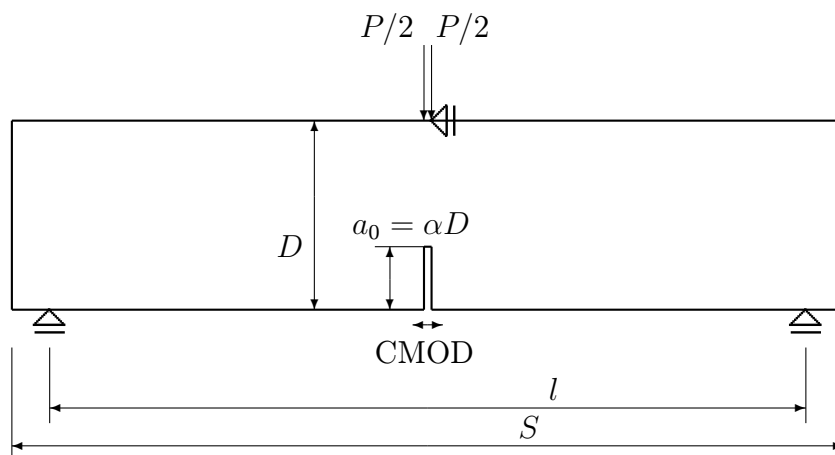
v mm. Podle grafů se ukazuje, že pro větší tělesa je oblast, do které je uvolnění energie rozloženo, větší. Lomová energie a velikost lomové procesní zóny je podle dat z diskretní simulace závislá na velikosti porušovaného tělesa.

4.3 Geometrie a materiálové charakteristiky

Byly vytvořeny čtyři sady geometrií odpovídajících zmíněným experimentům. Modelovaná tělesa se mezi sebou liší velikostí, přičemž tloušťka zůstává konstantní $t = 40$ mm. Každá sada obsahuje pět těles stejné velikosti, každé s jiným, různě hlubokým zářezem, popřípadě bez zářezu.

Označení jednotlivých rozměrů jsou pak patrná z obrázku 4.3, kde S je délka trámce, l vzdálenost podpor, D výška trámce a α_0 relativní hloubka zářezu. Uprostřed rozpětí se nenachází bod sítě konečných prvků. Jako zatěžovací body byly zvoleny dva body symetricky nejbližší středu rozpětí, jeden z těchto bodů byl podepřen ve vodorovném směru. Vzhledem k tomu, co bylo popsáno v kapitole 3.1, je zatěžováno přírůstkem deformace a měřeno je otevření trhliny. U některých konfigurací modelu je deformace měřena na vzdálenosti větší než je šířka trhliny tak, aby model co nejvíce odpovídal provedeným experimentům (Hoover et al., 2013). Zatěžovací síla P vychází ze součtu reakcí v obou podporách. Kvůli zajištění dostatečně přesného popisu chování modelu byla pro velikost prvku sítě zvolena hodnota 1 mm. Dále od předpokládané trhliny však byla použita síť řidší, s ohledem na úsporu výpočetního času (obr. 4.5).

U zkoušek trámů z prostého betonu v tříbodovém ohybu dochází k porušení překročením pevnosti materiálu v tahu, proto byl zvolen materiálový model odpovídající vlastnostem betonu v tahu. V programu Oofem (Patzák, 2012) je to



Obr. 4.3: Konfigurace modelu se značením rozměrů.

materiálový model s označením *idmnl1*. Jelikož u většiny trámů převažují délka a výška nad třetím rozměrem, bylo pro výpočet použit poze 2D model s předpokladem rovinné napjatosti.

Parametry materiálového modelu byly nastaveny následovně

- Youngův modul pružnosti $E = 36.5$ GPa.
- součinitel příčné kontrakce $\nu = 0.19$
- výpočet ekvivalentního poměrného přetvoření podle *Mazarse*
- typ sestupné větve konstitutivního zákona *exponenciální*

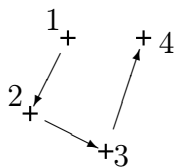
Ostatní parametry určující vlastnosti materiálu, jako jsou pevnost v tahu f_t , poměrné přetvoření určující sestupnou větev konstitutivního zákona ε_f a dosah váhové funkce R , byly identifikovány automatizovaným postupem popsáním v kapitole 5.1.

4.4 Struktura výpočtu

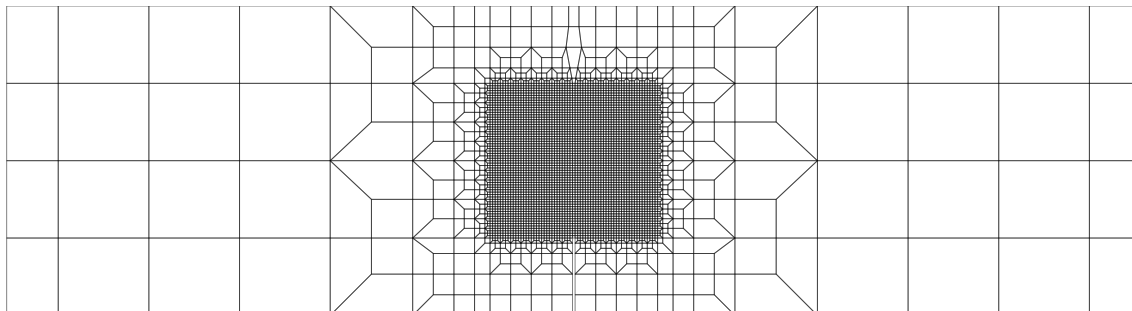
4.4.1 Oofem

Výpočetním jádrem použitým pro tuto práci je program *Oofem* (Patzák, 2012), (Patzák, Bittnar, 2001), který je od roku 1997 vyvíjen na katedře mechaniky stavební fakulty ČVUT v Praze. Použita byla verze 2.3 z 14. 2. 2014. Jeho nespornou výhodou je skutečnost, že je volně šiřitelný pod GNU licenci⁴ a zdrojový kód je plně přístupný dalším úpravám. Simulace na bázi metody konečných prvků se odehrávají vždy ve třech fázích. *Preprocessing* – tvorba geometrie, stanovení okrajových podmínek apod., *processing* – řešení nelineárních soustav rovnic ve výpočtových krocích a *postprocessing* – vyhodnocení, případně grafické zobrazení

⁴GNU GPL - general public license; všeobecná veřejná licence GNU, více na www.gnu.org



Obr. 4.4: Posloupnost bodů určujících čtyřuzlový prvek sítě konečných prvků.



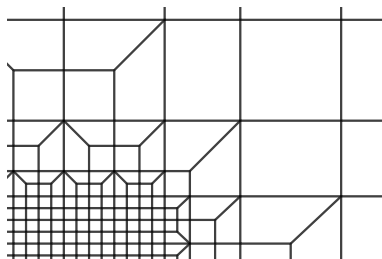
Obr. 4.5: Příklad sítě konečných prvků.

vypočtených údajů. Program Oofem je používán jako řešič – procesor, a zbylé fáze výpočtu proto musí být zajištěny jinak.

4.4.2 Preprocessing

Na preprocesor byly kladeny následující požadavky: Generovat velmi jemnou síť v oblasti předpokládané trhliny pro zajištění dostatečné hustoty sítě pro nelokální model a zároveň vytvořit síť tak, aby nebyla výpočtově příliš náročná. To vše za použití čtyřuzlových prvků. Kvůli nedostatku softwaru splňujícího výše zmíněné bylo nutné vytvořit generátor sítě pomocí skriptu vytvořeného v programovacím jazyce *python*. Po zadání údajů o geometrii, jako jsou délka, výška, rozměry části s jemnou sítí nebo velikost prvku, skript generuje síť bodů a konečných prvků pro požadované těleso s ohledem na zachování normál jednotlivých elementů, tedy je nutné, aby posloupnost bodů určujících daný prvek byla vždy stejná (obr. 4.4). Na obrázcích 4.5 a 4.6 je znázorněna síť vytvořená pomocí tohoto generátoru. Zvětšování prvků je možné nejen v horizontálním, ale i ve vertikálním směru, což využijeme zejména u těles bez zářezu, kde musí být šířka oblasti s jemnou sítí větší. Kvůli úspoře výpočetního času je u takových těles potom snížena výška oblasti s jemnou sítí, čímž značně snížíme počet stupňů volnosti soustavy.

Pro preprocessing bylo dále nutné nastudovat strukturu vstupního souboru pro Oofem. Část tohoto vstupního souboru je na straně 21. Na prvním řádku se určují základní parametry výpočtu, jako typ analýzy, počet bodů atd. `GPEXportModule` slouží k exportu veličin z integračních bodů modelu, v našem případě bylo třeba



Obr. 4.6: Detail rozšiřování rozměrů konečných prvků.

získat informace o uvolněné energii. Ve střední části jsou vypsány jednotlivé uzly s případnými okrajovými podmínkami a dále jednotlivé elementy. Na konci jsou pak údaje o materiálovém modelu a způsobu zatěžování. Ruční psaní či pouhé upravování vstupního souboru by bylo nejen namáhavé, ale byla by zde také velká pravděpodobnost výskytu chyb zapříčiněných lidským faktorem. Byl tedy vytvořen skript, který automaticky vytvoří vstupní soubor podle zadaných požadavků na materiál apod. Data o síti konečných prvků přebírá z generátoru sítě.

4.4.3 Postprocesing

Pro zobrazení vypočtených hodnot byly opět vytvořeny jednoduché skripty v jazyce *python*. Bylo třeba z výstupních souborů získat zatěžovací křivky a údaje o disipaci energie. Jde zejména o export dat, matematické operace s nimi, zápis do textových souborů a v neposlední řadě zobrazení dat pomocí grafů. To vše za pomoci skriptu *extractor* ze stránek Oofemu⁵ a balíčků *numpy* a *matplotlib*.

K zobrazení údajů o poli napětí, deformací a dalších byla použita aplikace *ParaView*, která se ukázala jako nezbytný pomocník k vykreslení šíření trhliny v jednotlivých krocích či zjištění případných špatných postupů.

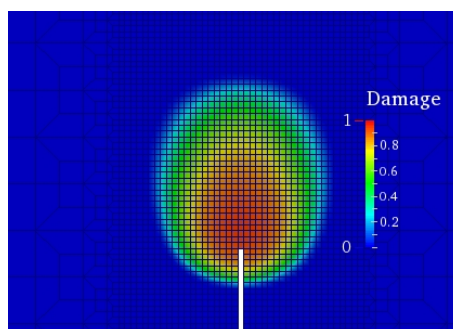
⁵www.oofem.org


```

NonLinearStatic nsteps 30 rtol 1e-4 MaxIter 200 stiffmode 1 nmodules 2
GPExportModule 1 tstep_all domain_all ncoords -1 vars 1 65
vtkxml tstep_all domain_all primvars 1 1 vars 3 4 1 13 stype 1
domain 2dplanestress
OutputManager tstep_all dofman_output {1089 1090 1197 1198 1393 1394}
ndofman 1420 nelem 1376 ncrosssect 1 nmat 2 nbc 3 nic 0 nltf 2
node 1 coords 2 -0.500000 12.000000
node 2 coords 2 0.500000 12.000000
(...)
node 1394 coords 2 43.520000 0.000000 bc 2 0 1
node 1395 coords 2 -43.520000 6.666667
(...)
PlaneStress2D 1 nodes 4 35 1 2 36 mat 1 crosssect 1
PlaneStress2D 2 nodes 4 37 3 1 35 mat 1 crosssect 1
(...)
PlaneStress2D 1375 nodes 4 1419 1417 1403 1405 mat 2 crosssect 1
PlaneStress2D 1376 nodes 4 1406 1404 1418 1420 mat 2 crosssect 1
SimpleCS 1 thick 40.000000
idmnl1 1 d 2.5 E 3.65e+04 n 0.19 tAlpha 1.2e-5 equivstraintype 0
damlaw 0 e0 9.04e-05 ef 1.84e-03 r 7.38e+00
IsoLE 2 d 2.5 E %e n 0.19 tAlpha 0.000012
BoundaryCondition 1 loadTimeFunction 1 prescribedvalue 0.0
BoundaryCondition 2 loadTimeFunction 2 prescribedvalue -0.01.
DeadWeight 3 loadTimeFunction 1 Components 2 0 -9.81
ConstantFunction 1 f(t) 1.0
PiecewiseLinFunction 2 nPoints 3 t 3 0.0 8.0 100.0 f(t) 3 0.1 4.0 20.0
#%BEGIN_CHECK%
#TIME
#DOFMAN number 1089 dof 2 type d
(...)
#REACTION number 1394 dof 2
#%END_CHECK%

```

Obr. 4.7: Ukázka vstupního souboru Oofemu.

Obr. 4.8: Zobrazení hodnoty poškození na čele trhliny pomocí aplikace *ParaView*.

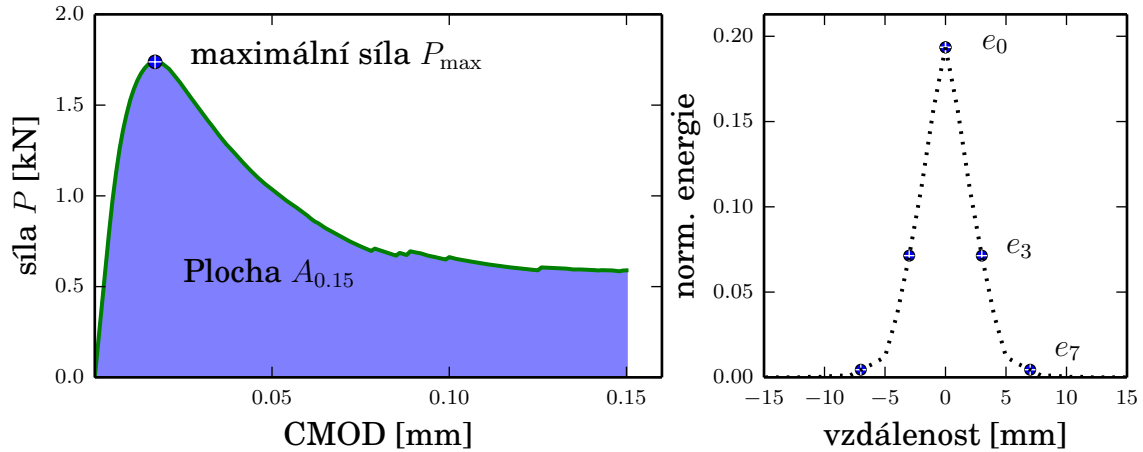
5 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ

5.1 Hledání optimálních vstupních parametrů

Chování nelokálního modelu při porušení je nejvíce ovlivněno následujícími parametry. Jsou to pevnost materiálu v tahu f_t , ekvivalentní poměrné přetvoření ε_f , který definuje sestupnou větev konstitutivního zákona a parametr R určující dosah váhové funkce pro nelokální průměrování. Změníme-li kteroukoli z uvedených hodnot, změní se i celková odezva simulace.

Cílem této práce je nalézt takové parametry, pro něž bude odezva modelu co možná nejvíce shodná s výsledky skutečných experimentů (Hoover et al., 2013). Pro vyjádření míry shody modelu s experimenty se používá porovnání hodnot získaných z průběhu zatěžovacích křivek, v našem případě hodnoty maximální síly a plochy pod křivkou. Při porovnání pouze těchto dvou hodnot ale můžeme pro nelokální model získat mnoho různých kombinací vstupních parametrů, pro které bude odezva relativně shodná, zároveň se ale tyto parametry mezi sebou budou značně lišit. Například při uvážení velkého parametru R bychom požadovanou odezvu získali s použitím vyšší hodnoty f_t a nižší hodnoty ε_f a naopak. Pro různá R pak bude rozdílná také velikost porušované oblasti. Zatěžovací křivky nám ale žádné informace o velikosti porušované oblasti nutné k nastavení parametru R neposkytují. Proto je pro identifikaci parametrů kromě hodnot ze zatěžovacích křivek porovnávána také intenzita energie uvolněná v oblasti trhliny, jejíž hodnoty jsou převzaty z výsledků diskrétních simulací (Eliáš et al., 2014).

Pro objektivní určení míry shody odezvy bylo použito porovnání plochy pod křivkou $A_{0.15}$ a maximální dosažené hodnoty zatížení P_{\max} . Aby bylo možno hodnoty porovnávat, byla plocha počítána pouze do hodnoty CMOD odpovídající 0.15 mm, což značí dolní index označení plochy. Pro výpočet plochy bylo použito lichoběžníkového pravidla. Hodnota plochy má fyzikální jednotku N·m, nicméně tato hodnota neodpovídá vykonané práci, protože měříme hodnotu otevření trhliny a nikoli posun zatěžovaného bodu ve směru síly. Jelikož experimentů je od každého trámce více, byly hodnoty plochy i maximální síly zprůměrovány. Do průměrné hodnoty plochy pod křivkou byly započteny pouze údaje z experimentů, u kterých bylo dosaženo otevření trhliny alespoň 0.15 mm a pro průměrnou hodnotu maximálního zatížení byly započteny zatěžovací křivky, u kterých hodnota zatížení po dosažení maxima klesla minimálně o 10%. Průměrné hodnoty a jejich odchylky jsou uvedeny v tabulce 6 na konci kapitoly 6. Pro určení dosahu nelokálního modelu byly dále třeba informací o disipaci energie v oblasti trhliny, které byly získány z diskrétní simulace (Eliáš et al., 2014), viz část 4.2. Z histogramů uvolňované energie byly pro



Obr. 5.1: Hodnoty použité k identifikaci parametrů pro trámec *Da*.

porovnání vzaty tři hodnoty a to hodnota maximální – (e_0) a hodnoty ve vzdálenosti od středu trhliny 3 mm (e_3) a 7 mm (e_7). Na obr. 5.1 jsou porovnávané hodnoty znázorněny bílým křížem v modrém kruhu.

Celý proces probíhá podle postupu znázorněného na obrázku 5.3. Na začátku je vytvořen model s parametry geometrie, na které byla hledána shoda. Následně je vygenerován vstupní soubor do kterého jsou vloženy počáteční odhady f_t , R a ε_f . Dále je proveden výpočet a stanovena odezva modelu. Z odezvy nelokálního modelu jsou extrahována data o průběhu zatěžování a disipace energie v oblasti trhliny. Z nich jsou pak získány hodnoty $A_{0.15}$, P_{\max} , e_0 , e_3 a e_7 . Hodnoty odezvy jsou porovnány s informacemi z experimentů a diskrétního modelu. Chyba pro každou porovnávanou hodnotu se počítá jako relativní

$$\varepsilon_j = \frac{X_j - X_{j,opt}}{X_{j,opt}}, \quad (5.1)$$

kde X značí porovnávanou veličinu, ε_j je její relativní chyba a index *opt* určuje, že jde o hodnotu, které se chceme přiblížit. Index j určuje, o kterou z porovnávaných veličin $A_{0.15}$, P_{\max} , e_0 , e_3 a e_7 se jedná. Celková chyba ε_{celk} je pak stanovena jako odmocnina ze součtu čtverců takto stanovených relativních chyb všech porovnávaných veličin z daného výpočtu.

$$\varepsilon_{celk} = \sqrt{\sum_{j=1}^5 (\varepsilon_j)^2} \quad (5.2)$$

Na základě celkové chyby jsou pak stanoveny nové hodnoty f_t , R a ε_f a ve vstupním souboru jsou jimi původní hodnoty přepsány. Stanovení nových hodnot se děje pomocí funkce *fmin* z balíku *scipy.optimize* programovacího jazyka *python*, postupem

popsaným v části 3.4. Celý cyklus se opakuje dokud není nalezena přibližná shoda¹.

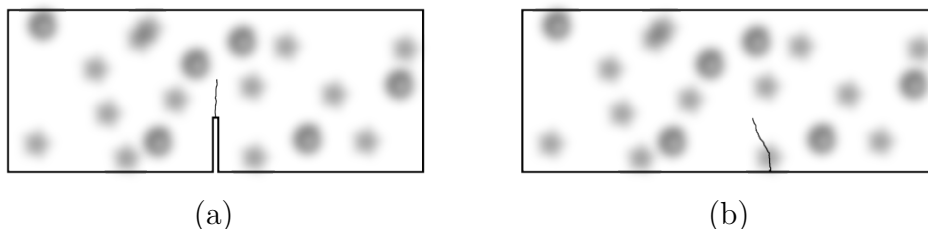
Identifikace parametrů probíhá odděleně na čtyřech trámcích s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$. Zde je vysvětleno proč pouze na nich.

V reálné konstrukci nemá pevnost v tahu jednu hodnotu. Hodnota pevnosti v bodě je náhodná a popis jejího rozdělení je přibližně možný pomocí pravděpodobnostních funkcí. U trámce se zářezem (obr. 5.2 (a)) je místo, odkud se bude trhлина šířit, přesně dané. Náhodné rozmístění vlastností betonu do celého zkoušeného trámce pak způsobí, že jeden trámec bude mít v místě zářezu slabší beton, jiný silnější. Průměrná odezva pak závisí na střední hodnotě rozdělení pevnosti betonu v tahu. Oproti tomu u trámce bez zářezu (obr. 5.2 (b)) je oblast, kde dochází k maximálnímu namáhání, poměrně velká a trhлина se začne iniciovat v místě výskytu betonu slabších vlastností. V tomto případě je průměrná odezva závislá na průměru minim pevnosti betonu v tahu dosahovaných u spodního líce.

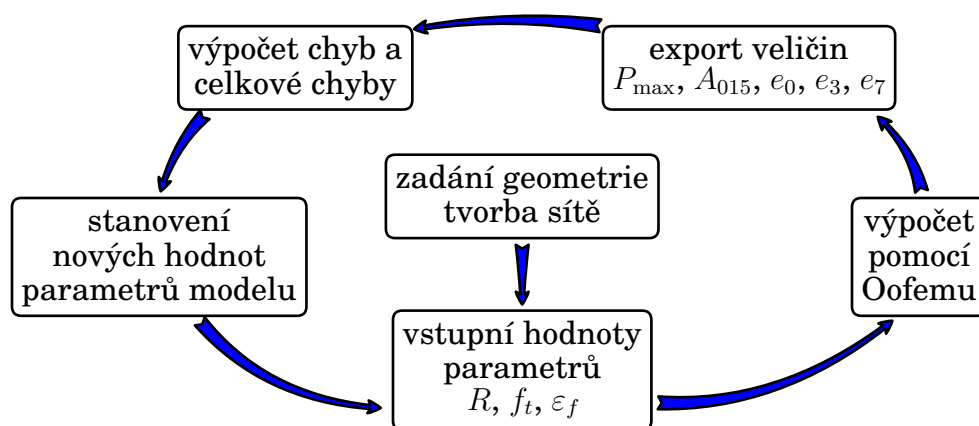
Protože v našem modelu není zohledněno náhodné rozdělení vlastností betonu, a protože parametr f_t má vyjadřovat střední hodnotu pevnosti betonu v tahu, je vhodné, aby identifikace vstupních parametrů probíhala pouze na trámcích se zářezem.

Na obr. 5.4 jsou vykresleny všechny odezvy modelu vypočtené v průběhu identifikace na trámci *Da*. Čím tmavší barvou jsou průběh zatěžovací křivky i průběh disipace energie vykresleny, tím menší chybu daná odezva vykazuje vůči optimálním hodnotám. V pravém kraji obrázku je škála přidělující barvám křivek hodnoty odchylek. Zeleně jsou pak v zatěžovacím diagramu vykreslena experimentální data a modrobíle porovnávané hodnoty v histogramu disipace energie. Na počátku byly zadány hodnoty tahové pevnosti $f_t = 2.5$ MPa, dosahu váhové funkce $R = 10$ mm a poměrné přetvoření určující sestupnou větev $\varepsilon_f = 0.002$. V prvním cyklu výpočtu s uvedenými hodnotami vykazovala odezva modelu oproti požadovaným hodnotám chybu přibližně 250%. Po proběhnutí asi 140 cyklů se podařilo dosáhnout 17% chyby

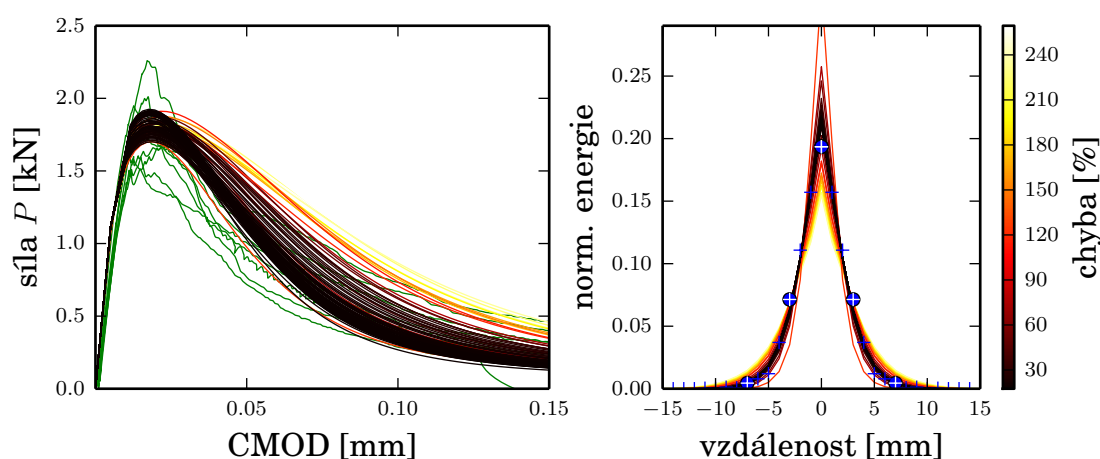
¹Např. na základě požadované minimální hodnoty chyby, počtu proběhlých cyklů, nebo jiné hodnoty nastavené pro funkci *fmin*.



Obr. 5.2: Rozdílný vliv náhodného rozdělení vlastností betonu na iniciaci trhliny u (a) trámce se zářezem a (b) trámce bez zářezu, šedá barva značí místa s výskytem betonu horších vlastností.



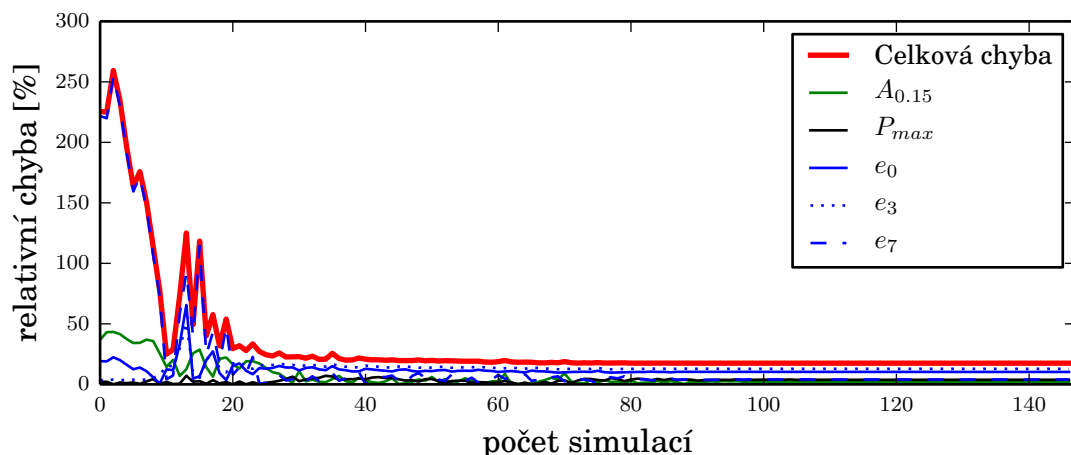
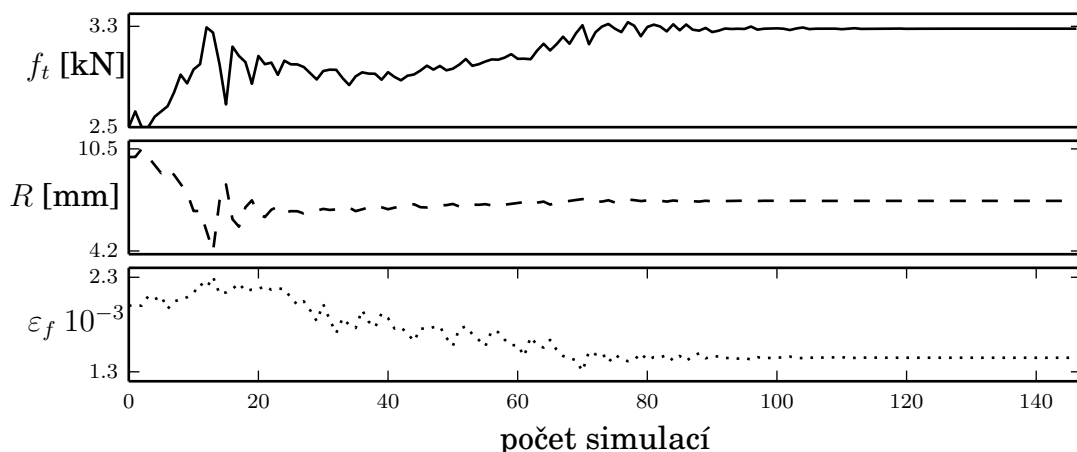
Obr. 5.3: Cyklus hledání optimálních parametrů.

Obr. 5.4: Průběh identifikace parametrů modelu na nejmenším trámci Da .

s hodnotami uvedenými v tabulce 5.1, přičemž nejvíce k celkové chybě přispívají chyby z rozdílu v disipaci energie ve středu trhliny.

5.2 Rozbor získaných parametrů

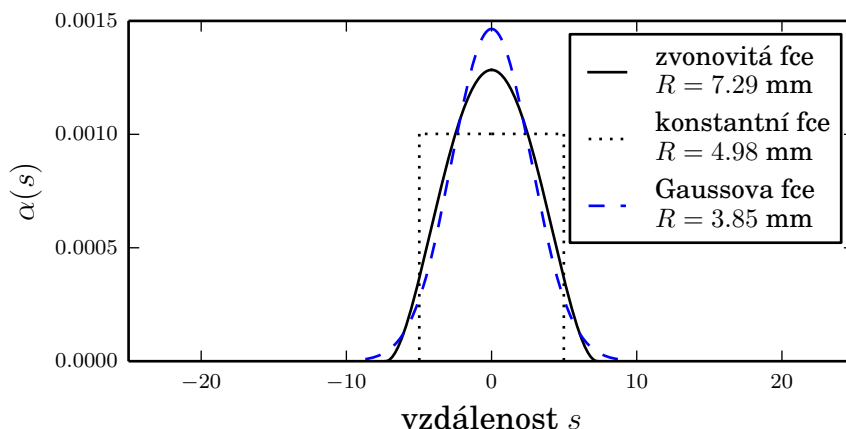
Na obr. 5.5 můžeme vidět vývoj chyb v průběhu celé identifikace. Chyby nabývají kladných i záporných hodnot, pro přehlednost jsou ale zobrazeny jejich absolutní hodnoty. Na obdobném grafu na obr. 5.6 je znázorněno, jak se měnily vstupní parametry. Podle vývoje chyb by se dal výpočet ukončit přibližně po 40 cyklech, protože chyba se dál mění už jen nepatrně. Avšak některé vstupní parametry se i nadále mění a to v řádech desítek procent až po 80 cyklů. Poté je i jejich změna nepatrná. Vstupní parametr, který se zhruba po 20. cyklu téměř nemění, je dosah váhové funkce R . Dá se tedy předpokládat, že jeho změna má na odezvu modelu

Obr. 5.5: Změna chyb v průběhu identifikace parametrů na nejmenším trámci Da .Obr. 5.6: Změna vstupních parametrů v průběhu identifikace na nejmenším trámci Da .

největší vliv.

Nelokální model má mnoho dalších vstupních parametrů, které ovlivňují výsledky, kterých s jeho pomocí dosáhneme. Při hledání maximální shody jsou zde měněny pouze tři z nich, které, jak se zdá, mají největší vliv a zároveň nejvíce o modelu vypovídají. Jednou z dalších možností, jak ovlivnit odezvu modelu, je volba jiné váhové funkce. Dosud jsme používali zvonovitou funkci podle vztahu 3.5.

Celý proces identifikace parametrů byl na nejmenším trámci Da spuštěn znovu také za použití dvou dalších nelokálních funkcí z kapitoly 3.2.3, a to pro funkce Gaussovu a konstantní. V tabulce 5.1 jsou vypsány parametry, které byly pro kterou z funkcí nalezeny jako optimální. V pravé části tabulky je pak konečná celková chyba, které bylo na konci identifikace dosaženo. Na obr. 5.8 jsou pak zobrazeny odezvy modelu při použití těchto parametrů a dané váhové funkce. Rozptyl hodnot pevnosti v tahu f_t je v rozmezí do 10%, podobně tak poměrné přetvoření ε_f . Optimální

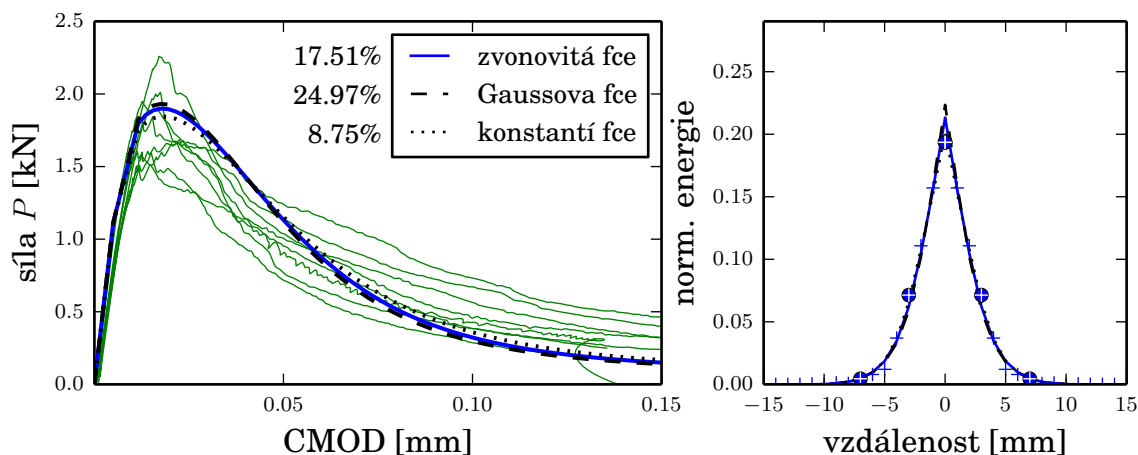
Obr. 5.7: Normalizované váhové funkce identifikované na trámci Da .

hodnota R dosahu váhové funkce se však pro různé váhové funkce liší o více jak 100%, tento parametr má však pro každou z funkcí jiný význam. Z obrázku 5.7 je zřejmé, že všechny váhové funkce zabírají přibližně stejnou oblast. Minimální chyby bylo dosaženo za použití konstantní váhové funkce nejspíše proto, že se jí daří lépe vystihnout maximální hodnotu uvolňované energie, která celkovou chybu nejvíce ovlivňuje. Z fyzikálního hlediska ale tato formulace nemá opodstatnění a proto je i v dalších simulacích použita původní zvonovitá váhová funkce. Navíc při pohledu na obr. 5.8 je vidět, že změna nelokální funkce má na průběh zatěžovacího diagramu jen nepatrný vliv.

typ váhové funkce $\alpha'(s)$	f_t [MPa]	R [mm]	$\varepsilon_f 10^{-3}$	celková chyba [%]
zvonovitá fce	3.28152	7.29157	1.44884	17.51
Gaussova fce	3.35310	3.84752	1.39883	24.97
konstantní fce	3.13780	4.97712	1.55102	8.75

Tab. 5.1: Koncové parametry získané identifikací na nejmenších trámcích Da za použití různých váhových funkcí.

Postupem popsaným v předchozí části pro geometrii Da byly parametry identifikovány i na dalších tělesech s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$ a to konkrétně na trámcích Ca , Ba i Aa . Pro každou z těchto identifikací byl použit odpovídající histogram disipace energie z diskretních simulací. Nalezené parametry jsou zobrazeny v grafech na obr. 5.9 a vypsány v tabulce 5.2. Hodnota parametrů nalezených na různých trámcích má značnou variabilitu. Pro parametr R dosahu váhové funkce byla pro větší tělesa nalezena vyšší hodnota. Tento fakt je pravděpodobně způsoben tím, že histogram energie z diskretního modelu vstupující do identifikace je pro větší tělesa širší, zatímco pro menší tělesa špičatější, což souvisí s tím, že diskretní



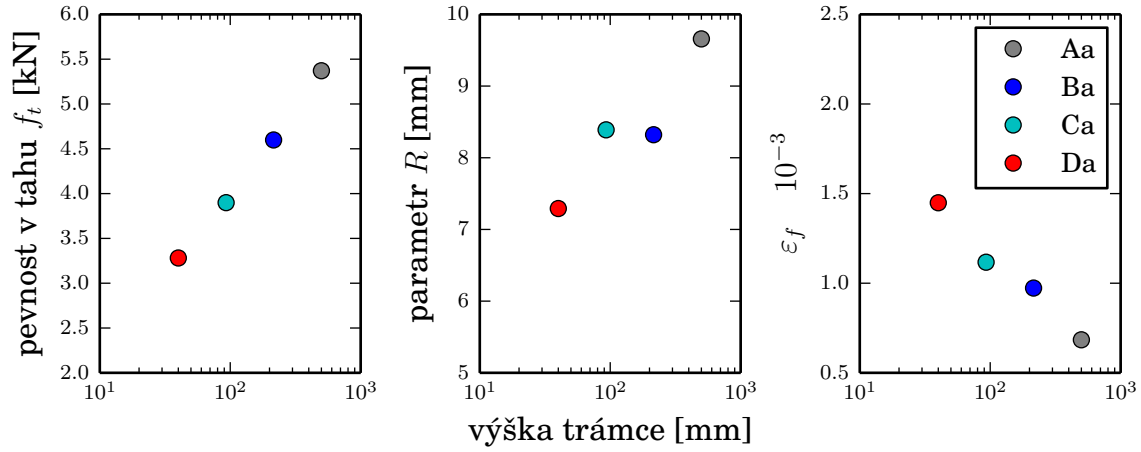
Obr. 5.8: Odezva simulace zkoušky nejmenšího trámce s vstupními parametry získanými optimalizací s použitím různých váhových funkcí.

model předpovídá různou velikost lomové procesní zóny pro různé velikosti tělesa (obr. 4.2). Pro zachování požadované plochy a maximální síly pak se zvyšujícím se R dochází ke snižování ε_f a zvyšuje se tahová pevnost f_t . U vzorků Da je její hodnota lehce přes 3 MPa, což by přibližně odpovídalo tabulkovým hodnotám střední hodnoty pevnosti v tahu f_{ctm} pro beton třídy C35/40. Pevnosti přes 4.5 – 5 MPa by teoreticky odpovídaly některé z tříd vysokopevnostního betonu, všechny vzorky ale byly zhotoveny z jedné záměsi. Pevnosti v tahu f_t přesahující hodnoty 5 MPa jsou nicméně pro beton značně nadhodnocené.

Vzhledem k různosti hodnot nalezených postupem identifikace na trémcích různé velikosti se nabízí provést identifikaci na oněch čtyřech tělesech zároveň. Celková chyba by se pak počítala z chyb na všech trémcích dohromady. Tento postup však nemohl být z nedostatku časových a výpočetních kapacit realizován.

Přesto, že porovnávány hodnoty A_{015} a P_{\max} přispívají k celkové chybě nejmenší měrou, křivka odezvy modelu se s odezvou experimentů příliš neshoduje. Pro porovnání zatěžovacích křivek existují i jiné možnosti než maximální síla a plocha pod křivkou. Například bychom mohli vedle P_{\max} porovnávat některé další hodnoty průběhu zatěžování na sestupné větvi. Tvar sestupné větve je ale silně určen typem změkčení. Porovnávání hodnot na sestupné větvi průběhu zatěžování by tedy vyžadovalo použití jiného typu změkčení než exponenciálního, s více stupni volnosti.

Chyby v energiích přispívají k celkové chybě nejvíce, hodnoty se kterými je porovnáváme jsou však převzaty z modelu. Pro nastavení parametru R v rozumných mezích (viz úvod 5.1 k této kapitole) nicméně informace o velikosti porušované oblasti potřebujeme. Bylo by tedy vhodné přisoudit jim menší váhu, aby se model snažil identifikovat parametry tak, aby minimalizoval chyby v maximální síle a ploše pod křivkou, jejichž výsledné hodnoty nás nejvíce zajímají, a hodnotám energií se



Obr. 5.9: Parametry pro nelokální model získané identifikací provedenou na uvedených trámcích.

snažil pouze přiblížit. Vztah 5.2 by se pak změnil na

$$\varepsilon_{celk} = \sqrt{\sum_{j=1}^5 (\varepsilon_j w_j)^2}, \quad (5.3)$$

kde w_j by představovalo váhu pro každou porovnávanou veličinu. Pro A_{015} a P_{\max} by pak w mělo hodnotu 1 a pro chyby v energiích hodnoty nižší.

trámec	f_t [MPa]	R [mm]	$\varepsilon_f \cdot 10^{-3}$	celková chyba [%]
<i>Da</i>	3.28152	7.29157	1.44884	17.51
<i>Ca</i>	3.89893	8.38932	1.11716	19.93
<i>Ba</i>	4.60277	8.30976	0.97682	21.67
<i>Aa</i>	5.37081	9.65778	0.68428	19.19

Tab. 5.2: Parametry pro nelokální model získané identifikací na uvedených trámcích.

6 VÝSLEDKY SIMULACÍ

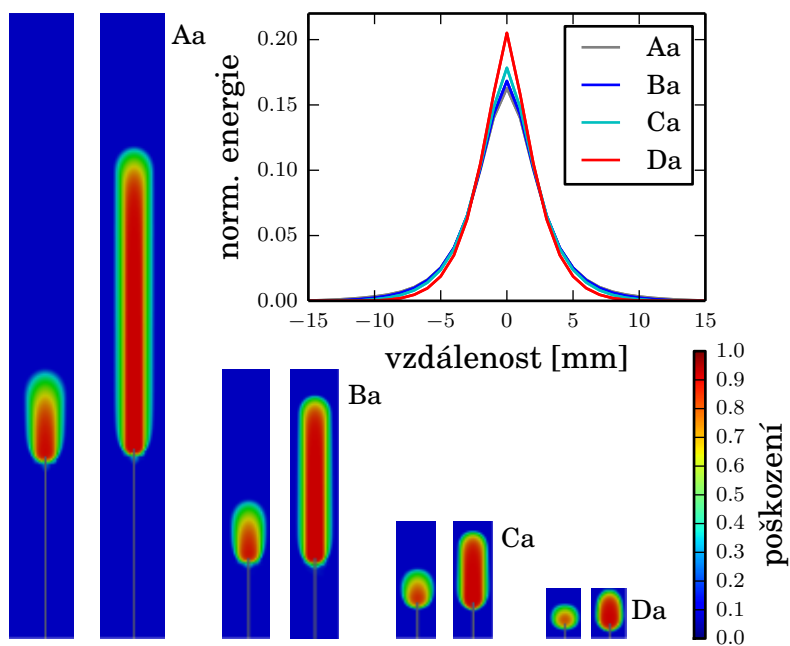
V předchozí kapitole byl popsán postup vedoucí k nalezení vstupních parametrů. Hodnot bylo identifikováno několik sad, protože identifikace proběhla na různých vzorcích. Tyto sady byly následně aplikovány na všechny modelované geometrie bez ohledu na to, na kterém tělese byly hodnoty určeny.

Poškození v oblasti trhliny je pro všechny trámce s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$ vykresleno na obr. 6.1 a pro trámce bez zářezu na obr. 6.2. U každého trámce je vždy zobrazen výřez oblasti trhliny při maximálním zatížení s právě se inicializující trhlinou a další s trhlinou prostoupenou většinou výšky trámce (ligamentu). Obrázky jsou vzaty ze simulací provedených se vstupními parametry získanými na trámcích *Da*. K obrázkům patří také grafy uvolněné energie. Závislost šířky oblasti, ve které se energie uvolňuje, na velikosti modelovaného trámce je téměř neznatelná, na rozdíl od údajů z diskrétního modelu (obr. 4.2).

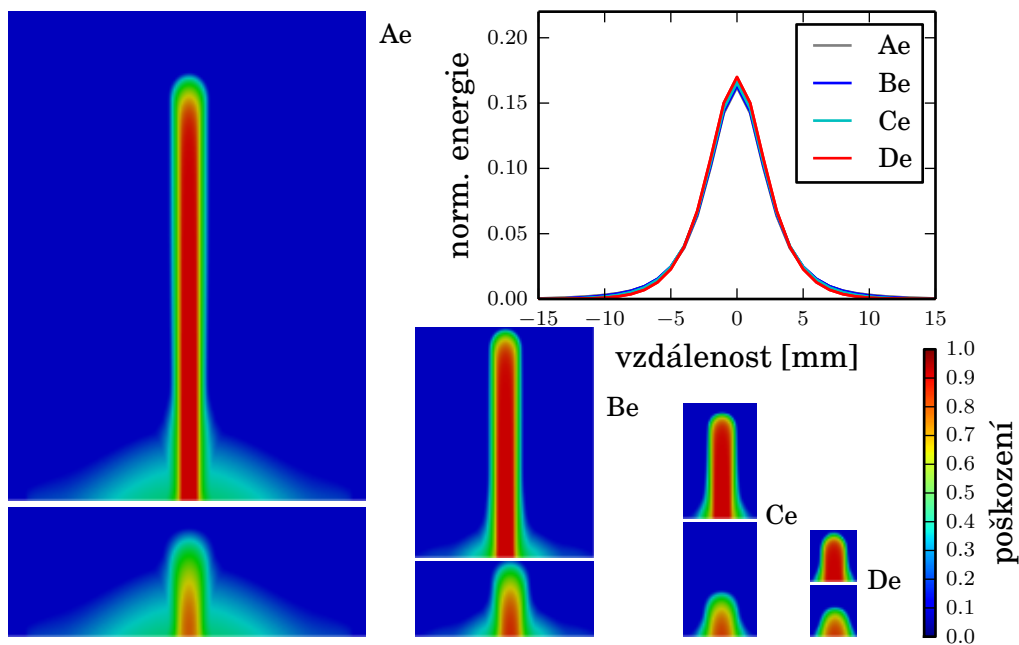
Na stránkách 34 – 37 jsou vždy pohromadě odezvy simulací provedených na všech trámcích spočtené nelokálním modelem se zadanými vstupními parametry získanými identifikací na trámci, jehož graf je zvýrazněn. Jednotlivé vstupní parametry jsou uvedeny v předchozí kapitole v tabulce 5.2. Křivky zatěžovacích zkoušek jsou zobrazeny zeleně, zatímco odezva modelu černě. V pravé horní části každého grafu jsou pod kódovým označením trámce uvedeny chyby odezvy modelu vůči průměrné hodnotě z experimentálních křivek a to relativní chyba ε_A v ploše pod křivkou a relativní chyba ε_P v maximální zatěžovací síle.

Kromě experimentálních křivek je na výstupních grafech vždy zobrazena také průměrná hodnota maximálního zatížení jak pro experimenty tak pro simulace.

Na jednotlivých odezvách se tyto hodnoty projevují následovně. Simulace s parametry identifikovanými na nejmenších vzorcích mají tendenci podhodnocovat (oproti experimentům) maximální sílu P_{\max} a opačně použitím parametrů nalezených pro větší trámec získáme sílu většinou vyšší. Oproti tomu plocha pod křivkou se u odezev získaných použitím parametrů identifikovaných pro *Ba*, *Ca* a *Da* téměř nemění, použitím parametrů získaných na trámci *Aa* je plocha A_{015} oproti třem předchozím vždy znatelně nižší. Na grafech 6.7 a 6.8 jsou přehledně znázorněny chyby v hodnotách ploch a maximálních zatížení. Pro každý trámec tak můžeme jednoduše porovnat, které vstupní parametry dané konfiguraci geometrie více vyhovují.



Obr. 6.1: Průběh poškození v oblasti trhliny a graf uvolněné energie pro trámce s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$ za použití parametrů identifikovaných na nejmenším trámci Da . Rozpětí trámců je ořezáno, výška nikoli.



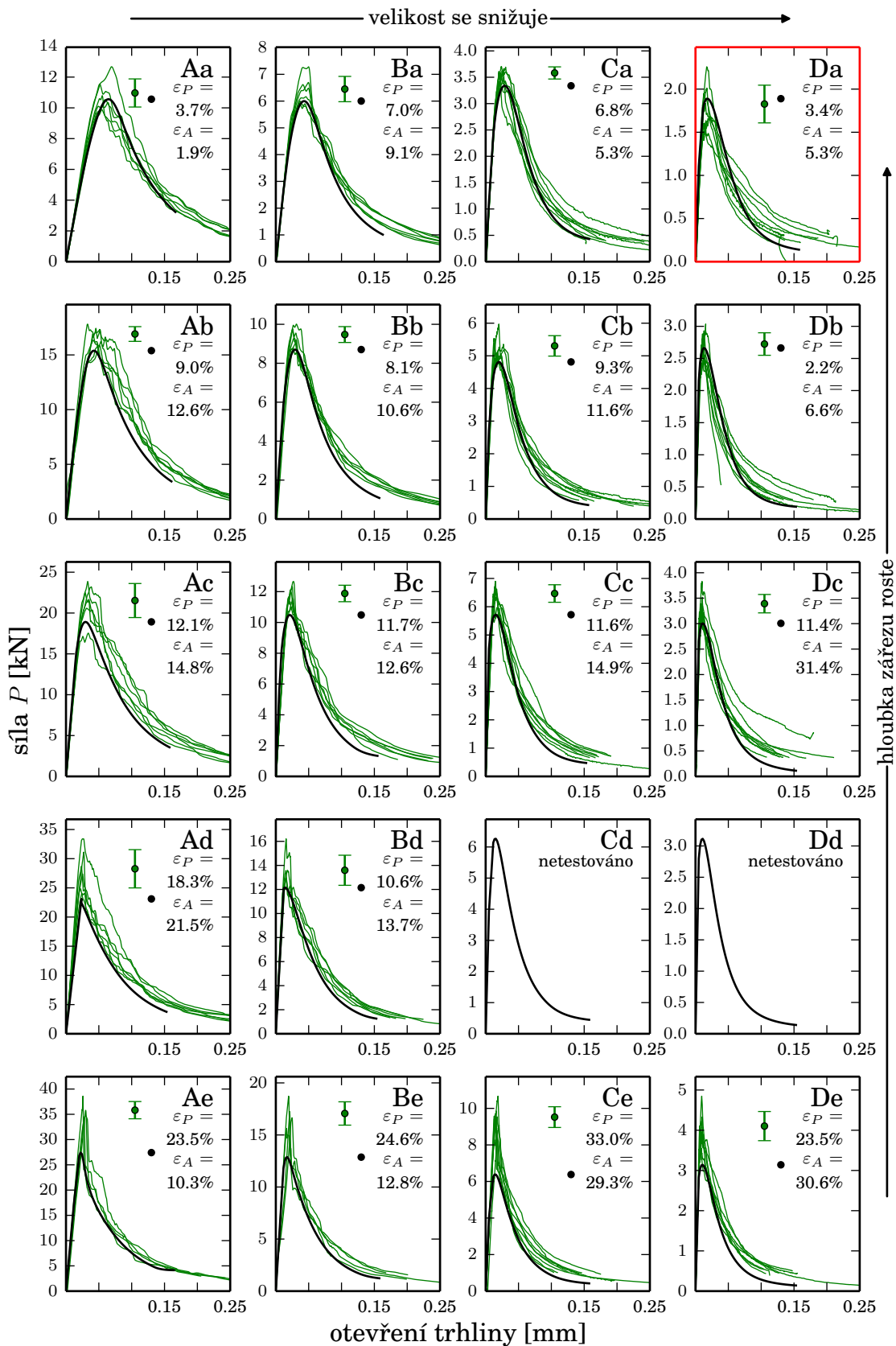
Obr. 6.2: Průběh poškození v oblasti trhliny a graf uvolněné energie pro trámce bez zářezu za použití parametrů identifikovaných na nejmenším trámci Da . U vzorků Ae , Be výška přes oba výřezy odpovídá výšce vzorku, pro Ce a De není výška ořezána, rozpětí je ořezáno vždy.

Vyhodnotíme-li všechny odezvy pro každou sadu vstupních parametrů součtem čtverců chyb ploch A_{015} a maximálních sil P_{\max} pod odmocninou obdobně jako v části 5.1, získáme nejmenší chybu na sadě spočítané se vstupními parametry získanými na trámci Ca . Hodnoty všech celkových chyb jsou v tabulce 6.1. I subjektivním porovnáním shody odezev se tato sada výsledků jeví jako nejpříjemnější ze zkoušených.

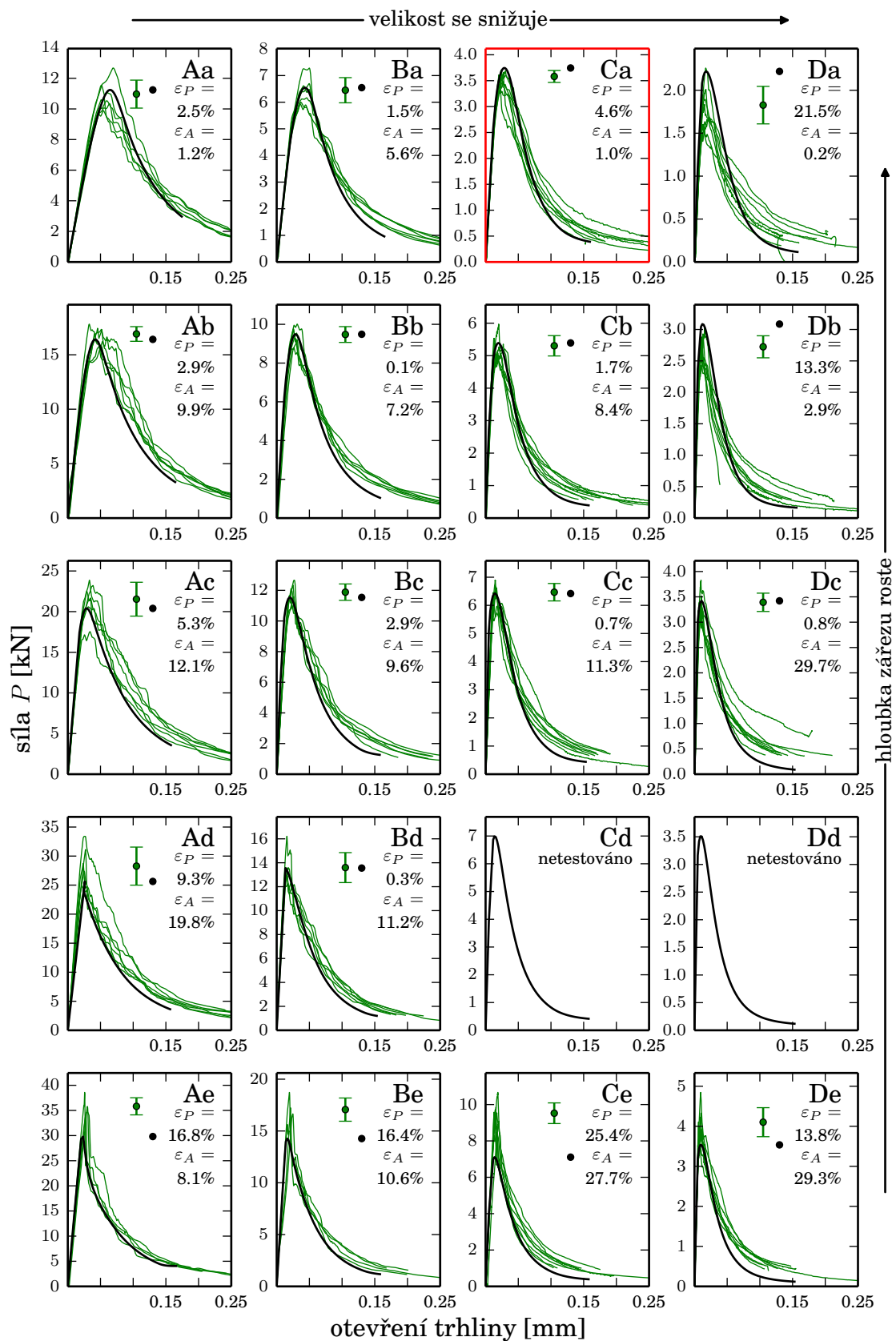
trámec, pro který byly parametry identifikovány	chyba sečtená přes odezvy všech trámů
Da	95.10%
Ca	77.61%
Ba	86.02%
Aa	132.99 %

Tab. 6.1: Relativní chyby získané odmocninou součtu čtverců chyb ploch A_{015} a P_{\max} ze všech odezev, získaných simulacemi za použití parametrů identifikovaných pro daný trámec.

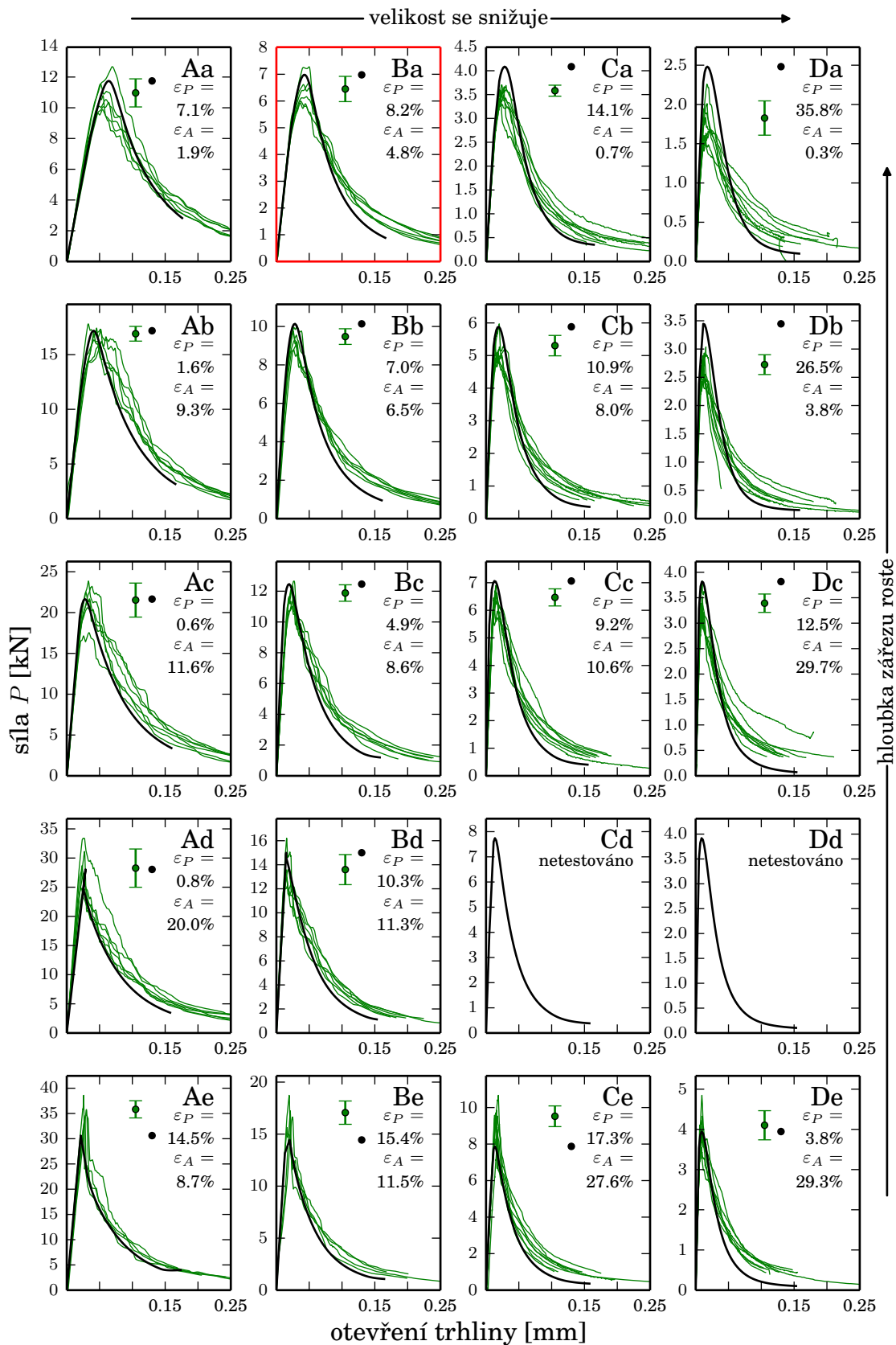
Na vzorcích bez zářezu je nicméně pevnost značně podhodnocená nehledě na to, kterou skupinu parametrů používáme. To je zvláštní, kvůli absenci prostorové náhodnosti vlastností betonu by tomu mělo být právě naopak. Pevnost by měla být spíše nadhodnocená, zejména pro větší velikosti těles. Nicméně je možné, že existuje sada vstupních parametrů, jejímž použitím bychom získali odezvu vystihující i průběh zatěžování těles bez zářezu. Velmi pravděpodobně by ale k jejímu nalezení bylo třeba do identifikace zahrnout také vzorky bez zářezu. Materiálové parametry získané z takto nastavené identifikace by ale nemuseli mít vypovídající hodnotu, jak bylo vysvětleno v předchozí kapitole textem k obr 5.2.



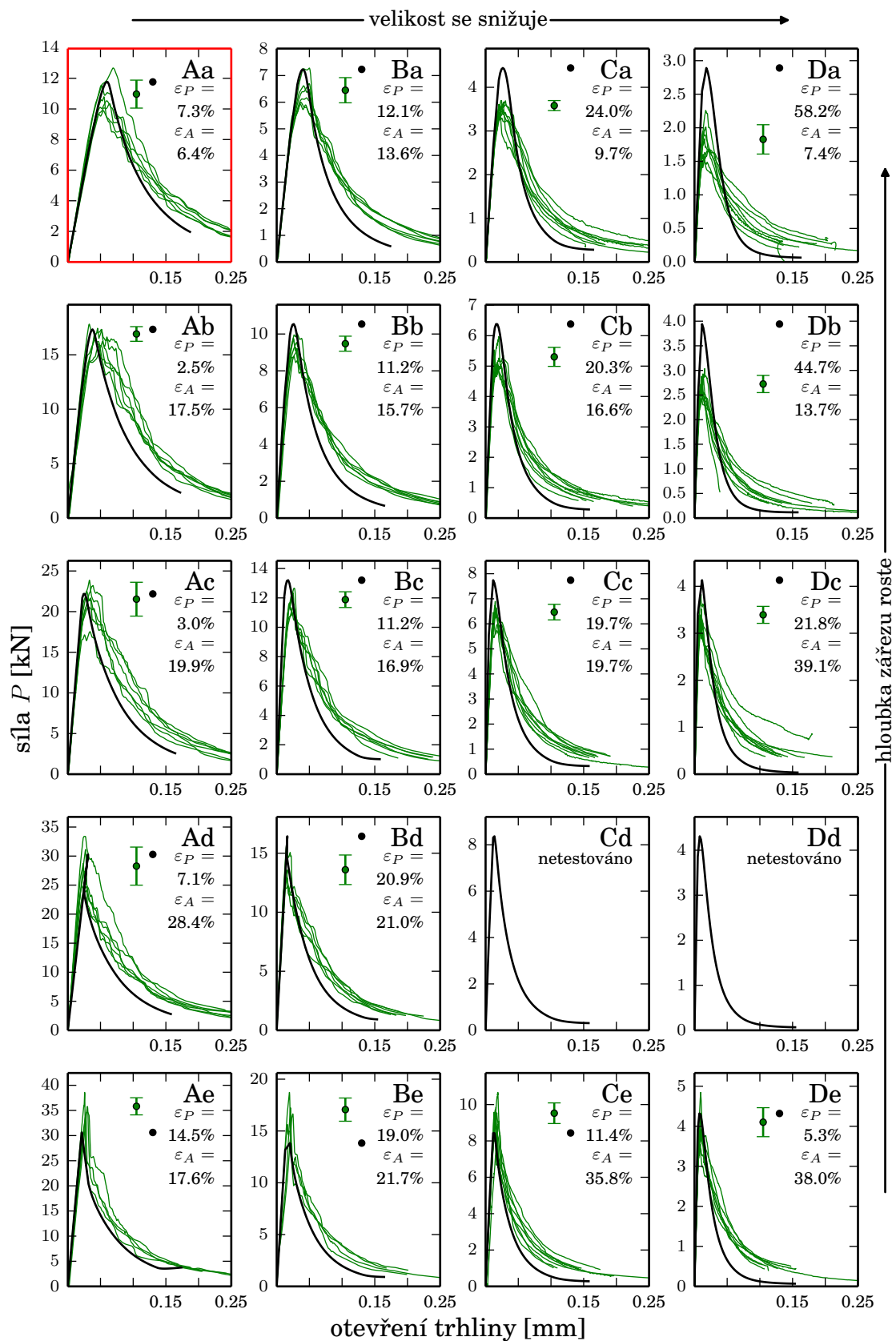
Obr. 6.3: Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trávci *Da*.



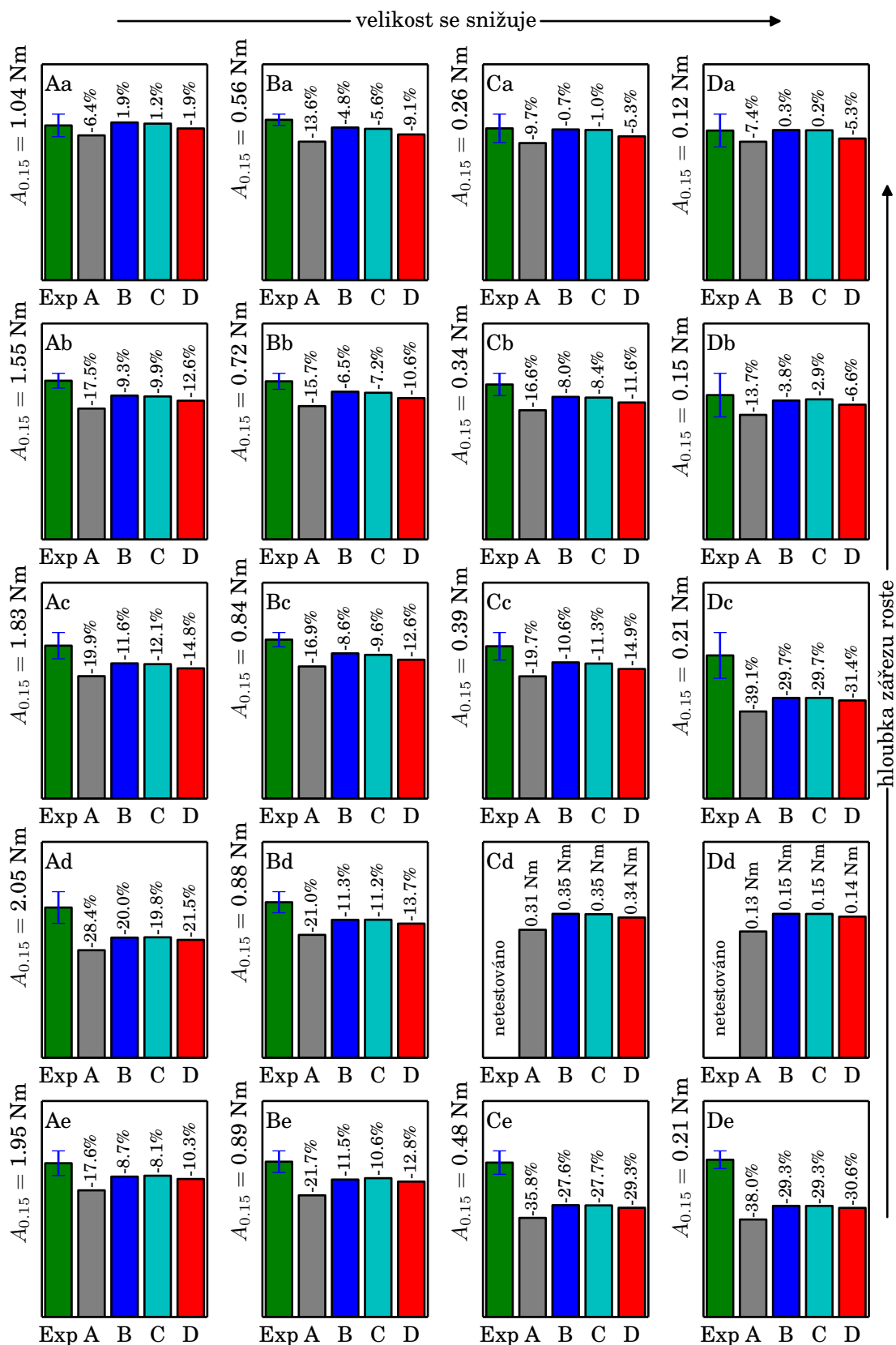
Obr. 6.4: Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trámci *Ca*.



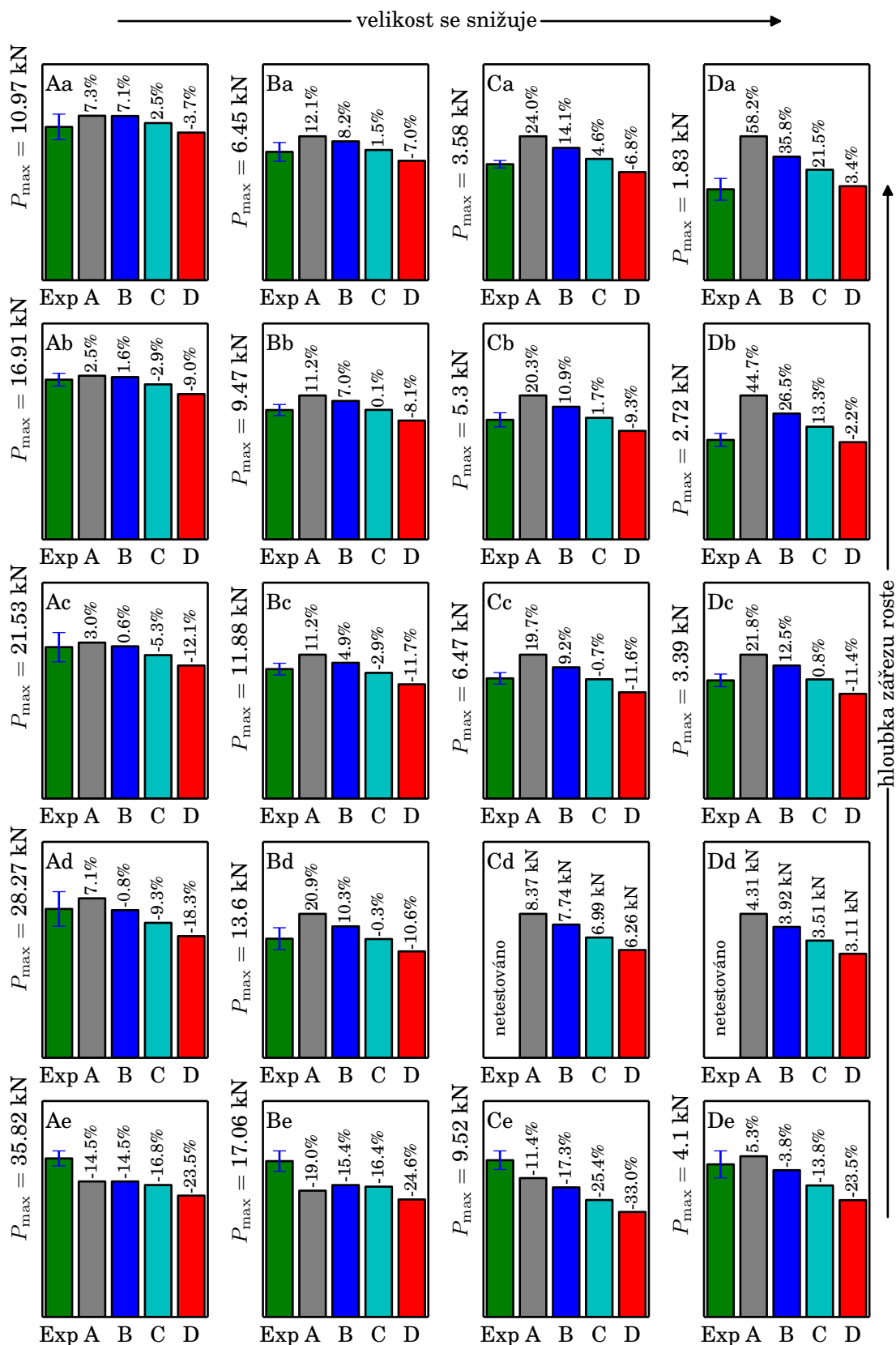
Obr. 6.5: Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trávci Ba.



Obr. 6.6: Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trámci Aa.



Obr. 6.7: Porovnání hodnot plochy pod křivkou pro odezvy s vstupními parametry získanými na trémčích Aa, Ba, Ca a Da.



Obr. 6.8: Porovnání hodnot maximálního dosaženého zatížení pro odezvy s vstupními parametry získanými na trácích Aa, Ba, Ca a Da.

kódové označení trámce	$\mu A_{0.15}$ [Nm]	$\sigma A_{0.15}$ [kN]	μP_{\max} [kN]	σP_{\max} [Nm]
Aa	1.041179	0.076006	10.967782	0.913707
Ab	1.554165	0.072367	16.910524	0.673261
Ac	1.829232	0.157224	21.529724	2.082766
Ad	2.05058	0.216115	28.270796	3.277882
Ae	1.952225	0.156576	35.820008	1.703998
Ba	0.557532	0.019689	6.449641	0.472695
Bb	0.722078	0.036472	9.474048	0.407284
Bc	0.835275	0.037354	11.881195	0.53474
Bd	0.883454	0.059841	13.595195	1.251268
Be	0.886206	0.061713	17.063341	1.120796
Ca	0.256615	0.024008	3.581634	0.115345
Cb	0.341193	0.024572	5.304268	0.312814
Cc	0.392932	0.035471	6.467836	0.310212
Cd	netestováno			
Ce	0.477227	0.036205	9.522234	0.567675
Da	0.123575	0.013552	1.827088	0.218545
Db	0.152008	0.022953	2.72435	0.175272
Dc	0.210931	0.033737	3.392234	0.18066
Dd	netestováno			
De	0.20781	0.011713	4.10268	0.36227

Tab. 6.2: Průměrné hodnoty ploch a maximálních sil a jejich směrodatné odchylky získané z experimentálních dat.

7 SHRNUTÍ

V této diplomové práci jsem se věnoval nelokálnímu modelu porušení a jeho aplikaci na skutečné experimenty trámce zatěžovaného v třibodovém ohybu. Byly mi poskytnuty informace o průběhu zkoušek provedených týmem prof. Bažanta na Northwestern University a další doplňující informace z simulací těchto experimentů diskrétním modelem.

V programovacím jazyce *python* byl vytvořen systém propojený skriptů sloužící jako preprocesor i postprocesor. Preprocesor musel být nastaven tak, aby dokázal generovat jemnou síť v oblasti předpokládané trhliny a zároveň aby síť nekladla přílišné nároky na výpočetní kapacity. To vše při zadání libovolných rozměrů trámce nebo hloubky zářezu. Další části slouží k vytváření vstupních souborů pro program *Oofem* a exportu dat z vypočtených simulací.

Při hledání vstupních parametrů pro nelokální model bylo využito poskytnutých dat k získání údajů o optimální odezvě, které by se výsledky modelu měli přiblížit. Pro popis optimální odezvy byly z experimentů použity hodnoty maximální zatěžovací síly a plochy pod křivkou. Pro nastavení nelokálního modelu, respektive jeho váhové funkce, bylo třeba získat informace o intenzitě energie uvolňované během porušení, k čemuž byla využita data z diskrétních simulací.

V průběhu cyklického výpočtu za použití funkce minimalizující odchylku modelu od porovnávaných veličin byly pro nelokální model hledány změnou vstupních parametrů jejich optimální hodnoty. Hledané parametry byly veličiny materiálového modelu pevnost v tahu f_t , poměrné přetvoření určující sestupnou větev konstitutivního zákona ε_f a dosah váhové funkce R . Takto nastavená identifikace parametrů byla provedena zvlášť na čtyřech trámcích různé velikosti, které odpovídají rozměrům zkoušených těles. Byly použity trámce s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$. Nalezeny byly tedy čtyři trojice různých hodnot parametrů. Hodnoty identifikovaných parametrů na různých trámcích se mezi sebou lišily místy i v řádech desítek procent.

Nalezené parametry byly použity pro simulace experimentů těles odpovídajících všem zkoušeným trámcům. Takto byly simulovány všechny zkoušky s použitím postupně všech čtyř trojic měněných vstupních parametrů. Jako objektivně nejlepší se ukázalo použití parametrů získaných na trámci s kódovým označením *Ca*, jejichž použití na všech geometriích vykazovalo v součtu nejmenší relativní chybu.

7.1 Závěr

- V případě trámce, na kterém byly vstupní parametry pro nelokální model identifikovány, se odezva simulace blíží odezvě zatěžovacích zkoušek. Přibližná shoda je s těmito parametry dosažena také na ostatních trámcích se zářezem. Parametry identifikované na trámcích se zářezem se ale ukázaly jako nevhodné pro výpočet trámů bez zářezu.
- Tvar sestupné větve je silně ovlivněn použitím exponenciálního změkčení, a změna jeho tvaru je možná pouze změnou typu změkčení.
- Velikost oblasti, ve které dochází k uvolňování energie, není v nelokálním modelu příliš závislá na velikosti modelovaného tělesa, tak jako v případě diskrétní analýzy, ze které byla data o intenzitě uvolňované energie pro nastavení vstupních parametrů modelu převzata.
- Identifikaci parametrů by pravděpodobně bylo vhodnější provést na více vzorcích najednou, případně na vzorcích s různou hloubkou zářezu. Provádění identifikace parametrů na trámcích bez zářezu by ale vyžadovalo zavedení vlivu náhodnosti pro rozdělení vlastností materiálu v modelovaném tělese.

LITERATURA

- BAŽANT, Z. P., LIN, F.-B. Nonlocal Smeared Cracking Model for Concrete Fracture. *Journal of Structural Engineering*. 1988, vol. 114, s. 2493–2510.
- BAŽANT, Z. P., OH, B. H. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et Constructions*. 1983, vol. 16, s. 155–177.
- BAŽANT, Z. P., PLANAS, J. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press, 1998.
- CUSATIS, G., CEDOLIN, L. Two-scale study of concrete fracturing behavior. *Engineering Fracture Mechanics*. 2007, vol. 74, s. 3–17.
- CUSATIS, G., BAŽANT, Z. P., CEDOLIN, L. Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression. *Journal of Engineering Mechanics*. 2003, vol. 129, s. 1439–1448.
- ELIÁŠ, J. *Discrete Simulation of Fracture Processes of Disordered Materials*. PhD thesis, Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební. Ústav Stavební Mechaniky., Brno, 2009.
- ELIÁŠ, J. et al. Stochastic discrete meso-scale simulations of concrete fracture: comparison to experimental data. *Engineering fracture mechanics*. 2014. v tisku.
- GRASSL, P., JIRÁSEK, M. Meso-scale approach to modelling the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension. *International Journal of Solids and Structures*. 2010, vol. 47, 7-8, s. 957–968.
- HOOVER, C. G., BAŽANT, Z. P. Comprehensive concrete fracture tests. *Engineering Fracture Mechanics*. 2013, vol. 110, s. 281–289.
- HOOVER, C. G., BAŽANT, Z. P. Cohesive crack, size effect, crack band and work-of-fracture models compared to comprehensive concrete fracture tests. *International Journal of Fracture*. 2014, vol. 187, s. 133–143.
- HOOVER, C. G. et al. Comprehensive Concrete Fracture Tests: Descriptions and results. *Engineering fracture mechanics*. 2013, vol. 114, s. 92–103.
- JIRÁSEK, M. Modeling of Localized Inelastic Deformation. Lecture notes, 2014.
- JIRÁSEK, M. Nonlocal models for damage and fracture: comparison of approaches. *Solid Structures*. 1998, vol. 35, s. 4133–4145.

- JIRÁSEK, M., ROLSHOVEN, S. Localization properties of strain-softening gradient plasticity models. Part II. *International Journal of Solids and Structures*. 2009, vol. 46, s. 2239–2254.
- JIRÁSEK, M., ZEMAN, J. *Přetváření a porušování materiálů*. České vysoké učení technické, 2006. ISBN 80-01-03555-7.
- KARIHALOO, B. L., NALLATHAMBI, P. Notched beam test: Mode I fracture toughness. In SHAH, S. P., CARPINTERI, A. (Ed.) *Fracture Mechanics Test Methods for Concrete*. RILEM, 1991. 1, s. 1–86.
- MAZARS, J., PIAUDIER-CABOT, G. Continuum Damage Theory – Application to Concrete. *Journal of Engineering Mechanics*. 1989, vol. 115, s. 135–194.
- MELENK, J., BABUŠKA, I. The partition of unity finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1996, vol. 139, s. 289–314.
- NELDER, J. A. et al. A Simplex Method for Function Minimization. *The Computer Journal*. 1965, vol. 7, s. 125–132.
- OLIVER, J. Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals. part 2: Numerical simulations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1996, vol. 39, s. 3575–3623.
- PATZÁK, B. Oofem - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. *Acta Polytechnica*. 2012, vol. 52(6), s. 59–66.
- PATZÁK, B., BITTNAR, Z. Design of object oriented finite element code. *Advances in Engineering Software*. 2001, vol.32 (10–11), s. 759–767.
- MIER, J. G. M. *Concrete fracture*. CRC Press, 2013.
- ČERMÁK, L., HLAVIČKA, R. *Numerické metody*. Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-214-3752-4.

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

l	rozpětí; vzdálenost podpor
S	celková délka trámce včetně přesahu za podpory
D	výška trámce
t	tloušťka trámce
a_0	absolutní hloubka zářezu
α_0	relativní hloubka zářezu
P	zatěžovací síla
δ	průhyb uprostřed rozpětí
E	Youngův modul pružnosti
f_t	pevnost v tahu
ν	součinitel příčné kontrakce
σ	tensor napětí
ε	tensor poměrných přetvoření
ε_0	hodnota ekvivalentního poměrného přetvoření při dosažení meze pevnosti
ε_f	hodnota ekvivalentního poměrného přetvoření určující sklon sestupné větve konstitutivního zákona
$\bar{\varepsilon}$	lokální ekvivalentní poměrné přetvoření
$\tilde{\varepsilon}$	nelokální ekvivalentní poměrné přetvoření
D	elastická matice tuhosti prvku
D_s	aktuální matice tuhosti prvku
ω	parametr poškození
$A_{0.15}$	plocha pod zatěžovací křivkou měřená po CMOD = 0.15 mm
P_{\max}	maximální dosažená hodnota zatížení v průběhu zkoušky (simulace)
e_0	maximální hodnota histogramu normované uvolněné energie ve středu trhliny
e_3	hodnota histogramu normované uvolněné energie ve vzdálenosti 3 mm od středu trhliny
e_7	hodnota histogramu normované uvolněné energie ve vzdálenosti 7 mm od středu trhliny
ε_j	relativní chyba j -té porovnávané veličiny
$\varepsilon_{\text{celk}}$	celková relativní chyba

α'	váhová funkce
α	normalizovaná váhová funkce
s	vzdálenost mezi započítávaným a vyšetřovaným bodem
x	souřadnice vyšetřovaného bodu
ξ	souřadnice započítávaného bodu
R	parametr váhové funkce
CMOD	crack mouth opening displacement – otevření trhliny měřené na spodním líci trámce
TPB	zkratka pro zkoušku trámce v tříbodovém ohybu
FEM (MKP)	finite element method (metoda konečných prvků)
DEM	discrete element method – metoda diskrétních prvků

SEZNAM OBRÁZKŮ

3.1	(a) typický průběh zatěžovacího diagramu pro TPB, (b) konfigurace tělesa se zářezem pro TPB.	7
3.2	Konstitutivní zákon typický pro kvazikřehké materiály se změkčením (a) lineárním, (b) bilineárním a (c) exponenciálním. Na vodorovné ose je ekvivalentní poměrné přetvoření, na svislé pak ekvivalentní napětí.	8
3.3	Výsledky simulace zkoušky trámce v třibodovém ohybu bez použití omezovače lokalizace pro různé hustoty dělení sítě.	10
3.4	Přidělení vah okolním bodům pomocí normalizované váhové funkce.	11
3.5	Použité normalizované váhové funkce $\alpha(s)$ pro hodnotu $R = 10$	12
3.6	Změna průběhu normalizované váhové funkce při okraji.	12
3.7	Příklad započítávané oblasti v místě zářezu.	12
3.8	Struktura diskrétního modelu (Eliáš, 2009).	13
3.9	Demonstrace postupu simplexové metody, reflexe a kontrakce (Čermák, Hlavička, 2008).	14
4.1	Fotografie těles zkoušených na Northwestern university (Hoover et al., 2013).	16
4.2	Nalevo jednotlivé histogramy uvolněné energie podle těles, ze kterých byly získány, napravo průběh trhliny získaný pomocí diskrétní simulace.	17
4.3	Konfigurace modelu se značením rozměrů.	18
4.4	Posloupnost bodů určujících čtyřuzlový prvek sítě konečných prvků.	19
4.5	Příklad sítě konečných prvků.	19
4.6	Detail rozšiřování rozměrů konečných prvků.	20
4.7	Ukázka vstupního souboru Oofemu.	21
4.8	Zobrazení hodnoty poškození na čele trhliny pomocí aplikace <i>Para-View</i>	21
5.1	Hodnoty použité k identifikaci parametrů pro trámec <i>Da</i>	24
5.2	Rozdílný vliv náhodného rozdělení vlastností betonu na iniciaci trhliny u (a) trámce se zářezem a (b) trámce bez zářezu, šedá barva značí místa s výskytem betonu horších vlastností.	25
5.3	Cyklus hledání optimálních parametrů.	26
5.4	Průběh identifikace parametrů modelu na nejmenším trámci <i>Da</i>	26
5.5	Změna chyb v průběhu identifikace parametrů na nejmenším trámci <i>Da</i>	27
5.6	Změna vstupních parametrů v průběhu identifikace na nejmenším trámci <i>Da</i>	27
5.7	Normalizované váhové funkce identifikované na trámci <i>Da</i>	28

5.8	Odezva simulace zkoušky nejmenšího trámce s vstupními parametry získanými optimalizací s použitím různých váhových funkcí.	29
5.9	Parametry pro nelokální model získané identifikací provedenou na uvedených trácích.	30
6.1	Průběh poškození v oblasti trhliny a graf uvolněné energie pro trámce s relativní hloubkou zářezu $\alpha_0 = 0.3$ za použití parametrů identifikovaných na nejmenším trácí <i>Da</i> . Rozpětí tráců je ořezáno, výška nikoli.	32
6.2	Průběh poškození v oblasti trhliny a graf uvolněné energie pro trámce bez zářezu za použití parametrů identifikovaných na nejmenším trácí <i>Da</i> . U vzorků <i>Ae</i> , <i>Be</i> výška přes oba výřezy odpovídá výšce vzorku, pro <i>Ce</i> a <i>De</i> není výška ořezána, rozpětí je ořezáno vždy. . .	32
6.3	Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trácí <i>Da</i>	34
6.4	Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trácí <i>Ca</i>	35
6.5	Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trácí <i>Ba</i>	36
6.6	Odezvy na všech geometriích se vstupními parametry identifikovanými na trácí <i>Aa</i>	37
6.7	Porovnání hodnot plochy pod křivkou pro odezvy s vstupními parametry získanými na trácích <i>Aa</i> , <i>Ba</i> , <i>Ca</i> a <i>Da</i>	38
6.8	Porovnání hodnot maximálního dosaženého zatížení pro odezvy s vstupními parametry získanými na trácích <i>Aa</i> , <i>Ba</i> , <i>Ca</i> a <i>Da</i>	39

SEZNAM TABULEK

4.1	Tabulka rozměrů, počtů a označení modelovaných trámců	15
5.1	Koncové parametry získané identifikací na nejmenších trácích Da za použití různých váhových funkcí.	28
5.2	Parametry pro nelokální model získané identifikací na uvedených trácích.	30
6.1	Relativní chyby získané odmocninou součtu čtverců chyb ploch A_{015} a P_{\max} ze všech odezev, získaných simulacemi za použití parametrů identifikovaných pro daný trámec.	33
6.2	Průměrné hodnoty ploch a maximálních sil a jejich směrodatné od- chylky získané z experimentálních dat.	40

